
الأدهم
فى
الديناميكا
الصف الثالث الثانوى
عام وأزهر
٢٠١٩
هدية
مجانية
إعداد أ/ محمد أدهم
ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

الوحدة الأولى

الدرس الأول : تفاضل الدوال المتجهة

١) $\vec{س}$ متجه الموضع

٢) $\vec{ف}$ متجه الإزاحة $= \vec{س} - \vec{س}_٠$

٣) $\vec{ع} = \frac{د\vec{ف}}{دن} = \frac{د\vec{س}}{دن}$

٤) $جـ = \frac{دع}{دن} = \frac{د^٢ف}{دن^٢} = \frac{د^٢س}{دن^٢}$

٥) إذا كانت ع ← د(س)
فإن $جـ = ع \frac{دع}{دس}$

٦) متى تكون الحركة متسارعة $ع\,جـ > ٠$

٧) متى تكون // تقصيرية $ع\,جـ < ٠$

٨) عند أقصى بعد - أقصى ارتفاع ← $ع = ٠$

٩) إذا تحرك الجسم بسرعة منتظمة (أقصى سرعة)
فإن $جـ = ٠$

١٠) إذا عاد الجسم إلى موضعه الأصلي
فإن $ف = ٠$

١١) متى تغير الجسم اتجاه حركته عند $ع = ٠$
ونبحث الإشارة قبلها وبعدها

معادلات الحركة

⟸ الخطية	الاستخدام
* $ع = ع_٠ + جـ ن$	عندما لا يوجد ف
* $ف = ع_٠ ن + \frac{١}{٢} جـ ن^٢$	عندما لا يوجد ع
* $ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ جـ ف$	عندما لا يوجد ن

السقوط الحر

سقوط جسم لأسفل	قذف جسم لأعلى
* $ع = ع_٠ + د ن$	$ع = ع_٠ - د ن$
* $ف = ع_٠ ن + \frac{١}{٢} د ن^٢$	$ف = ع_٠ ن - \frac{١}{٢} د ن^٢$
* $ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ د ف$	$ع^٢ = ع_٠^٢ - ٢ د ف$

اختصارات الحركة

$جـ = \frac{ع - ع_٠}{ن}$ ومنها $ن = \frac{ع - ع_٠}{جـ}$

$جـ = \frac{ع^٢ - ع_٠^٢}{٢ف}$ ومنها $ف = \frac{ع^٢ - ع_٠^٢}{٢جـ}$

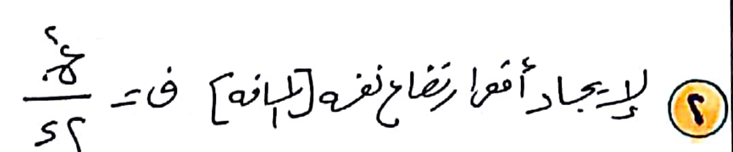
فى مسائل السرعة النسبية

* جسمين متقابلين [متضادين فى الاتجاه]
$ع = ع_١ + ع_٢$ مجموع

* جسمين فى نفس الاتجاه
$ع = ع_١ - ع_٢$ الفرق



ملحوظة هامة



١) لإيجاد زمن أقصى ارتفاع $ن = \frac{ع_٠}{د}$

٢) لإيجاد أقصى ارتفاع نفسه [المسافة] $ف = \frac{ع_٠^٢}{٢د}$



ندخل على المسائل

١ إذا كان القياس الجبري لإزاحة جسم يتحرك في خط مستقيم يعطى بالعلاقة:

$$ف = ن^٣ - ٦ن^٢ + ٩ن$$

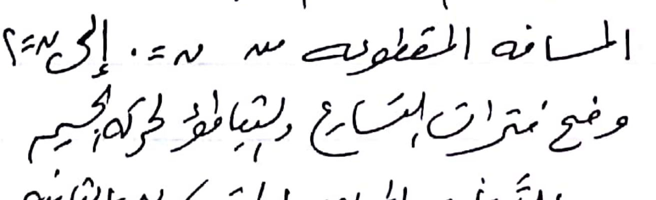
أوجد



أ) عجلة الجسم عند انعدام السرعة

ب) سرعة الجسم عند انعدام العجلة

جـ) المسافة المقطوعة من ن = ٠ إلى ن = ٢



د) وضح فترات التسارع والتباطؤ لحركة الجسيم علماً بأن المسافة بالمتر ، ن بالثانية

الحل

$\because ف = ن^٣ - ٦ن^٢ + ٩ن$

$\therefore ع = \frac{دف}{دن} = ٣ن^٢ - ١٢ن + ٩$

، $جـ = \frac{دع}{دن} = ٦ن - ١٢$

أ) بوضع ع = ٠ $\therefore$ ن = ١ أو ن = ٣

طبعاً بالتحليل أو باستخدام الآلة

$جـ(١) = ٦ - ١٢ = -٦$ م/ث²

$جـ(٣) = ٦ \times ٣ - ١٢ = ٦$ م/ث²

ب) بوضع جـ = ٠ (انعدام العجلة)

$٦ن - ١٢ = ٠ \quad \therefore ن = ٢$

$ع(٢) = ٣(٢)^٢ - ١٢(٢) + ٩$

$= -٣$

أي أن مقدار السرعة = ٣ م/ث

جـ) لاحظ في مسائل ايجاد المسافة أو السرعة المتوسطة لابد من وضع ع = ٠ وإيجاد قيم ن ثم نجمع الإزاحات.

عند ع = ٠ $\therefore$ ن = ١ ، ن = ٣

$= ف_{٠ \leftarrow ١} + ف_{١ \leftarrow ٢}$

$|ف_١ - ف_٠| = ١ - ٦ + ٩ - ٠ = ٤$

$|ف_٢ - ف_١| = (٨ - ٢٤ + ١٨) - ٤ = ٢ - ٤ = |-٢| = ٢$

$= ٤ + ٢ = ٦$ متر

د) في فترة التسارع تكون ع جـ > ٠

ع = ٠ عند ن = ١ ، ٣

جـ = ٠ عند ن = ٢ نبحث الإشارات

إشارة ع: + + + | − − − | − − − | + + +

إشارة جـ: − − − | − − − | + + + | + + +

ن = ٠ ، ن = ١ ، ن = ٢ ، ن = ٣

التسارع عند ن ∈]١ ، ٢[،]٣ ، ∞[

التقصير عند ن ∈]٠ ، ١[،]٢ ، ٣[

٢ تقذف حجر رأسياً لأعلى وكان ارتفاعه س بعد ن ثانية من قذفه يعطى بالعلاقة

$س = ٤٩ ن - ٤,٩ ن^٢$ حيث س م

(أ) أوجد أقصى ارتفاع يبلغه الجسم المقذوف

(ب) أوجد القياس الجبرى لمتجه السرعة عندما يكون الحجر على ارتفاع ٧٨,٤ م

* ثم أوجد مقدار سرعته عندئذ.

الحل

(أ) $س = ٤٩ ن - ٤,٩ ن^٢$

$ع = \frac{ءس}{ءن} = ٤٩ - ٩,٨ ن$

عند أقصى ارتفاع يكون ع = ٠

∴ $٤٩ - ٩,٨ ن = ٠$

∴ ن = ٥

(ب) أقصى ارتفاع هو $س(٥) = ٤٩(٥) - ٤,٩(٥)^٢$

$= ١٢٢,٥$ م

بوضع س = ٧٨,٤

∴ $٤٩ ن - ٤,٩ ن^٢ = ٧٨,٤$

∴ $٤,٩ ن^٢ - ٤٩ ن + ٧٨,٤ = ٠$

$(ن - ٢)(ن - ٨) = ٠$

∴ ن = ٢ أو ن = ٨

عند ن = ٢ ∴ ع = ٤٩ - ٩,٨(٢) = ٢٩,٤ م/ث

عند ن = ٨ ∴ ع = ٤٩ - ٩,٨(٨) = -٢٩,٤ م/ث

أى أن مقدار السرعة فى الحالتين = ٢٩,٤ م/ث

٣ يتحرك جسيم فى خط مستقيم بحيث كان القياس الجبرى لسرعته ع يعطى فى علاقته مع القياس الجبرى للموضع س بالصورة $ع = \frac{٥}{٤ + س}$ حيث ع م/ث

س ← م

أوجد عجلة الحركة عندما س = ٢ م

الحل

لاحظ أن ع ← دالة فى (س)

∴ $ج = ع \frac{ءع}{ءس}$

∴ $ع = ٥(٤ + س)^{-١}$

$\frac{ءع}{ءس} = -٥(٤ + س)^{-٢}$

$\frac{ءع}{ءس} = \frac{-٥}{(٤ + س)^٢}$

∴ $ج = \frac{٥}{٤ + س} \times \frac{-٥}{(٤ + س)^٢}$

عند س = ٢

∴ $ج = \frac{٥}{٦} \times \frac{-٥}{٣٦} = \frac{-٢٥}{٢١٦}$ م/ث^٢

اختر الإجابة الصحيحة

٤ جسيم يتحرك فى خط مستقيم $ع = ٣ هـ^{ن+٢}$ فإن سرعته الابتدائية = ...

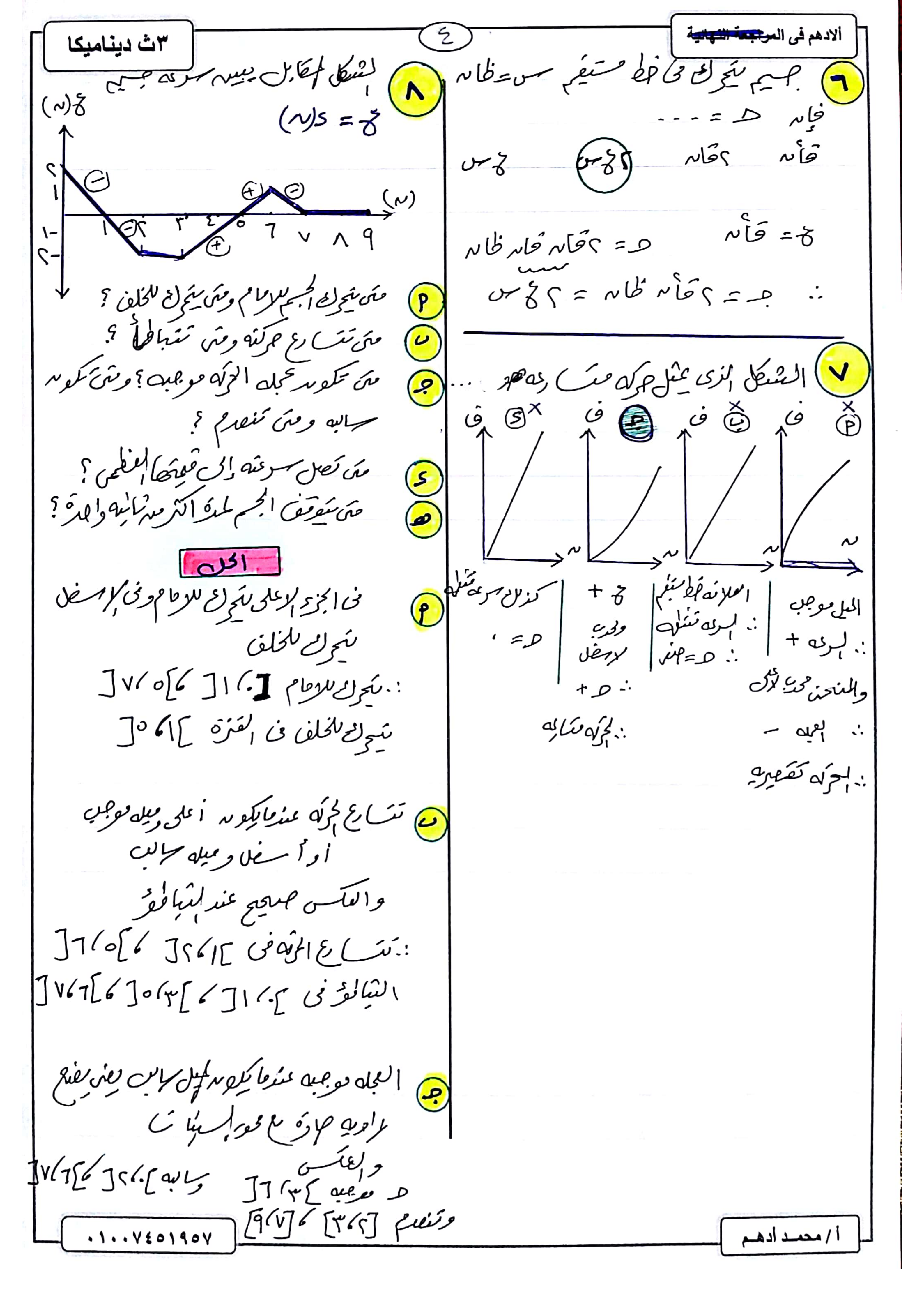
٣ — هـ — (٣ هـ^٢) — هـ^٢

بوضع ن = ٠ ∴ $ع_٠ = ٣ هـ^{٠+٢} = ٣ هـ^٢$

٥ إذا كان $س = ن^٣ - ٣ن^٢ + ١$ فإن الجسيم يغير اتجاه حركته عندما ...

ن = ١,٢ — ن = ١ — (ن = ٠) — ن = ٢

$ع = ٣ن^٢ - ٣ = ٠$ ، ن = ١,٥



٦ جسم يتحرك في خط مستقيم س = ظا ن

فإن جـ = ...

قا ن ، ٢قا ن ، ٢ع س ، ع س

ع = قا٢ ن

جـ = ٢ قا ن قا ن ظا ن

∴ جـ = ٢ قا٢ ن ظا ن = ٢ ع س

---

٧ الشكل الذي يمثل حركة متسارعة هو ....

(أ) الميل موجب ∴ السرعة + والمنحنى محدب لأعلى ∴ العجلة − ∴ الحركة تقصيرية

(ب) العلاقة خط مستقيم ∴ السرعة ثابتة ∴ جـ = صفر

(جـ) ع + ومحدب لأسفل ∴ جـ + ∴ الحركة تسارعية

(د) تدل على سرعة منتظمة جـ = ٠

---

٨ الشكل المقابل يبين سرعة جسم ع = د(ن)

(أ) متى يتحرك الجسم للأمام ومتى يتحرك للخلف؟

(ب) متى تتسارع حركته ومتى تتباطأ؟

(جـ) متى تكون عجلة الحركة موجبة؟ ومتى تكون سالبة ومتى تنعدم؟

(د) متى تصل سرعته إلى قيمتها العظمى؟

(هـ) متى يتوقف الجسم لمدة أكثر من ثانية واحدة؟

الحل

(أ) في الجزء الأعلى يتحرك للأمام وفي الأسفل يتحرك للخلف

∴ يتحرك للأمام [٠، ١[،]٥، ٧[

يتحرك للخلف في الفترة]١، ٥[

(ب) تتسارع الحركة عندما يكون أعلى وميله موجب أو أسفل وميله سالب

والعكس صحيح عند التباطؤ

∴ تتسارع الحركة في]١، ٢[،]٥، ٦[

التباطؤ في [٠، ١[،]٣، ٥[،]٦، ٧[

(جـ) العجلة موجبة عندما يكون الميل موجب يعني يصنع زاوية حادة مع محور السينات والعكس

جـ موجبة]٣، ٦[

وسالبة [٠، ٢[،]٦، ٧[

وتنعدم]٢، ٣[،]٧، ٩[

د) السرعة تصل قيمتها الصفر عند ن = ٠ ، ن ∈ [٢ ، ٣]

هـ) يتوقف الجسم لأكثر من ثانية في [٧ ، ٩]

---

٩) جسيم يتحرك في خط مستقيم بحيث تكون معادلة حركته تعطى بالصورة.
س(ن) = ٣ جتا ن + ٤ جا ن حيث س مقاسة بالمتر ، ن مقاسة بالثانية.
أوجد
أ) القياس الجبري للإزاحة ف عندما ن = $\frac{\pi}{2}$ ، ن = π
ب) القياس الجبري لمتجه السرعة ع عندما ن = ٠ ، ن = $\frac{\pi}{2}$ ، ن = π
جـ) أقصى إزاحة للجسم

الحل

∵ س = ٣ جتا ن + ٤ جا ن   (س٠ = ٣)

أ) عند ن = $\frac{\pi}{2}$ ف = س($\frac{\pi}{2}$) − س(٠)
= [٣ جتا ٩٠ + ٤ جا ٩٠] − [٣ جتا ٠ + ٤ جا ٠]
= ٤ − ٣ = ١

عند ن = π ف = س(π) − س(٠)
= [٣ جتا ١٨٠ + ٤ جا ١٨٠] − [٣ جتا ٠ + ٤ جا ٠]
= −٣ − ٣ = −٦

ب) ع = $\frac{دس}{دن}$ = −٣ جا ن + ٤ جتا ن
عند ن = ٠ ع = ٤
ن = $\frac{\pi}{2}$ ع = −٣
ن = π ع = −٤

جـ) أقصى إزاحة تحدث عند ع = ٠
−٣ جا ن + ٤ جتا ن = ٠
٤ جتا ن = ٣ جا ن
$\frac{جا ن}{جتا ن} = \frac{٤}{٣}$ ∴ ظا ن = $\frac{٤}{٣}$

ومنها جا ن = $\frac{٤}{٥}$
جتا ن = $\frac{٣}{٥}$

(مثلث قائم أضلاعه ٣ ، ٤ ، ٥)

∴ س = ٣ × $\frac{٣}{٥}$ + ٤ × $\frac{٤}{٥}$ = $\frac{٩}{٥}$ + $\frac{١٦}{٥}$
= $\frac{٢٥}{٥}$ = ٥

أو جا ن = $-\frac{٤}{٥}$ وجتا ن = $-\frac{٣}{٥}$
∴ س = ٣ × $-\frac{٣}{٥}$ + ٤ × $-\frac{٤}{٥}$ = −٥
، س٠ = ٣
∴ أقصى إزاحة هي −٥ − ٣ = −٨
في الاتجاه الآخر من بدء الحركة

---

١٠) اختر
إذا كان س = ٦ن − ن² فإن المسافة المقطوعة خلال ٠ ≤ ن ≤ ٦ = ...
أ) صفر ب) ٩ جـ) ١٨ د) ٣٦

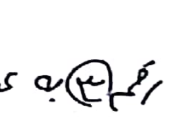
الحل

ع = ٦ − ٢ن ، ع = ٠ ، ن = ٣
ف = ف(٠←٣) + ف(٣←٦)
= |ف٣ − ف٠| + |ف٦ − ف٣|
= |٩ − ٠| + |٠ − ٩| = ٩ + ٩ = ١٨

١١ في الشكل المقابل أي منهم يكون؟ موضع - سرعة - عجلة

(أ) ٣، ٢، ١ (ب) ١، ٣، ٢

(ج) ٣، ١، ٢ (د) ١، ٢، ٣



رقم ③ به عدد ٢ تموج وهو دالة تكعيبية موضع

رقم ① به تموج واحد وهو دالة تربيعية سرعة

رقم ② دالة خطية من الدرجة الأولى عجلة

---

١٢ في الشكل المقابل أي منهم يمثل (موضع - سرعة - عجلة)

(أ) ٣، ٢، ١

(ب) ١، ٢، ٣

(ج) ٢، ٣، ١ (د) ٣، ١، ٢

لاحظ أن رقم ③ عنده مماس أفقي عند ٠، ٣ وأن رقم ② يمر بالصفر عند ٠، ٣ فهو مشتقة رقم ③

كذلك رقم ② عنده مماس أفقي عند ٢ ورقم ① يمر بالصفر عند ٢ فهو مشتقة رقم ②

∴ ① مشتقة ② مشتقة ③
عجلة سرعة موضع

الدرس الثاني: تكامل الدوال المتجهة

١ ∵ $ح = \frac{dع}{dن}$

∴ $\int ح\, dن = \int dع$

∴ $ع = \int ح\, dن$

أو $\int_{ع_0}^{ع} dع = \int_{0}^{ن} ح\, dن$

∴ $ع - ع_0 = \int_{0}^{ن} ح\, dن$ المساحة المحصورة بين منحنى العجلة الزمن ومحور السينات

---

٢ ∵ $ع = \frac{dس}{dن}$

$\int_{س_0}^{س} dس = \int_{0}^{ن} ع\, dن$

$س - س_0 = ف = \int_{0}^{ن} ع\, dن$

---

٣ ∵ $ح = ع \frac{dع}{dس}$

$\int_{ع_0}^{ع} ع\, dع = \int_{س_0}^{س} ح\, dس$

$\frac{1}{2}(ع^2 - ع_0^2) = \int_{س_0}^{س} ح\, dس$

المسائل

١ اختر: إذا كانت $ع = ٣ن^2 - ٢ن$ وكانت $س = ١$ عندما $ن = ٠$ فإن ....

(أ) $س = ٦ن - ٢$ (ب) $س = ٣ن^2 - ٢ن + ١$

(ج) $س = ن^3 - ن^2 + ١$ (د) $س = ن^3 - ن^2 - ١$

$ع = \frac{دس}{دن}$ ، $\int_{١}^{س} دس = \int_{٠}^{ن} (٣ن^٢ - ٢ن) دن$

$س - ١ = ن^٣ - ن^٢$

$س = ن^٣ - ن^٢ + ١$

---

(٢) جسيم يتحرك في خط مستقيم من نقطة ثابتة (نقطة الأصل) على خط مستقيم طبقاً للعلاقة $ع = جا ن - جتا ن$

أوجد $س(\frac{\pi}{٢})$

الحل

عندنا سرعة ونحتاج موضع نبقى تكامل

$\because ع = \frac{دس}{دن}$

$\int_{٠}^{س} دس = \int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} (جا ن - جتا ن) دن$

$س = [-جتا ن - جا ن]_{٠}^{\frac{\pi}{٢}}$

$س(\frac{\pi}{٢}) = [(-جتا ٩٠ - جا ٩٠) - (-جتا ٠ - جا ٠)]$

$س(\frac{\pi}{٢}) = [٠ - ١ - (-١ - ٠)]$

$س(\frac{\pi}{٢}) = -١ + ١ =$ صفر

---

(٣) جسيم يتحرك في خط مستقيم بسرعة ابتدائية ٢ م/ث من نقطة الأصل بحيث $جـ = ٢ن - ٦$ حيث جـ م/ث²

أوجد بدلالة ن كلاً من ع، س

ثم أوجد س عندما ع = ١٨ م/ث

الحل

$\because جـ = ٢ن - ٦$ ، $جـ = \frac{دع}{دن}$

$دع = جـ دن$

$\int_{٢}^{ع} دع = \int_{٠}^{ن} (٢ن - ٦) دن$

$[ع]_{٢}^{ع} = [\frac{٢ن^٢}{٢} - ٦ن]_{٠}^{ن}$

$ع - ٢ = ن^٢ - ٦ن$

$\therefore ع = ن^٢ - ٦ن + ٢$

$\because ع = \frac{دس}{دن}$ $\therefore \int_{٠}^{س} دس = \int_{٠}^{ن} ع دن$

$\int_{٠}^{س} دس = \int_{٠}^{ن} (ن^٢ - ٦ن + ٢) دن$

$س = \frac{١}{٣}ن^٣ - ٣ن^٢ + ٢ن$

بوضع ع = ١٨ $\therefore ن^٢ - ٦ن + ٢ = ١٨$

$ن^٢ - ٦ن - ١٦ = ٠$

$\therefore ن = ٨$ أو $ن = -٢$ مرفوض

$\therefore س_{ن=٨} = \frac{١}{٣}(٨)^٣ - ٣(٨)^٢ + ٢(٨) = \frac{-١٦}{٣}$

---

(٤) سيارة تتحرك في خط مستقيم بسرعة ابتدائية ١٢ م/ث من موضع يبعد ٤ أمتار في الاتجاه الموجب من نقطة ثابتة على الخط المستقيم بحيث $جـ = س - ٤$ فأوجد

(أ) ع بدلالة س (ب) السرعة عند جـ = ٠

الحل

لاحظ عندما تكون ج = د(س)

فإن $ج = ع \frac{دع}{دس}$ ومنها

$\int_{4}^{س} ج\,دس = \int_{12}^{ع} ع\,دع$

$\int_{4}^{س} (س-4)\,دس = \int_{12}^{ع} ع\,دع$

$\left[\frac{1}{2}س^2 - 4س\right]_{4}^{س} = \left[\frac{1}{2}ع^2\right]_{12}^{ع}$

$\frac{1}{2}\left[ع^2 - 12^2\right] = \left[\left(\frac{1}{2}س^2 - 4س\right) - \left(\frac{1}{2}(4)^2 - 4\times4\right)\right]$

$\frac{1}{2}\left[ع^2 - 144\right] = \frac{1}{2}س^2 - 4س + 8 \quad \times 2$

$ع^2 - 144 = س^2 - 8س + 16$

$\therefore ع^2 = س^2 - 8س + 160$

عند ج = ٠ فإن س − ٤ = ٠ ∴ س = ٤

عند س = ٤

$\therefore ع^2 = (4)^2 - 8(4) + 160 = 144$

$\therefore ع = \pm\sqrt{144} = \pm 12$ م/ث

---

٥ في الشكل المقابل

ع ، ٣٠ ، ٢٠ ، ١٠ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ن ، −١٠ ، −٢٠ ، −٣٠ ، م١ ، م٢ ، م٣

الحل

في البداية $م_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 30 = 30$

$م_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 30 = 30$

$م_3 = \frac{5+2}{2} \times 30 = 105$

(أ) $ع_0 = 30$ م/ث $ع_5 = -30$ م/ث

(ب) الإزاحة $[0 ، 2] = م_1 = 30$ م

(ج) الإزاحة $[0 ، 9] = م_1 + م_2 - م_3$

$= 30 + 30 - 105 = -45$ م

(د) المسافة $[0 ، 9] = م_1 + م_2 + م_3$

$30 + 30 + 105 = 165$ م

---

٦ جسيم يتحرك في خط مستقيم بسرعة ابتدائية قدرها ٨ م/ث من نقطة ثابتة (و) على الخط المستقيم بحيث كانت $ج = 40 هـ^{-س}$

(أ) أوجد $ع^2$ بدلالة س

(ب) أوجد س عندما ع = ١٠ م/ث

(ج) عين أقصى سرعة للجسيم

الحل

(أ) $ج = 40 هـ^{-س}$ ∵ $ج = ع \frac{دع}{دس}$

$\int_{8}^{ع} ع\,دع = \int_{0}^{س} ج\,دس$

$\frac{1}{2}\left[ع^2\right]_{8}^{ع} = \int_{0}^{س} \left[40 هـ^{-س}\right] دس$

$\frac{1}{2}\left[ع^2 - 8^2\right] = \left[-40 هـ^{-س}\right]_{0}^{س}$

$\frac{1}{2}\left[ع^2 - 8^2\right] = -40 هـ^{-س} - (-40 \times هـ^{0})$

$\frac{1}{2}\left[ع^2 - 8^2\right] = -40 هـ^{-س} + 40 \quad \times (2)$

$ع^2 - 64 = -80 هـ^{-س} + 80$

$ع^2 = -80 هـ^{-س} + 144$

(ب) عند ع = ١٠

∴ (١٠)² = −٨٠ هـ^{−س} + ١٤٤

٨٠ هـ^{−س} = ١٤٤ − ١٠٠

هـ^{−س} = ٤٤/٨٠ = ١١/٢٠

∴ هـ^{س} = ٢٠/١١ بأخذ لو_هـ للطرفين أو التحويل مباشرة

س = لو_هـ (٢٠/١١)

(جـ) ∵ ع² = ١٤٤ − ٨٠/هـ^{س}

∵ هـ^{س} > ٠ لجميع قيم س

∴ ٨٠/هـ^{س} ← ٠ عندما هـ^{س} ← ∞ أي عندما س ← ∞

وعندها ع² = ١٤٤

∴ أقصى سرعة ع = ± ١٢ م/ث

---

(٧) إذا كانت ع = ١ + جا ن ، س = −٣ عندما ن = ٠ فإن ...

(أ) س = ن + جتا ن (ب) س = ن − جتا ن

(جـ) س = ن − جتا ن + ٢ (د) س = ن − جتا ن − ٢

∵ ع = دس/دن

∫_{−٣}^{س} دس = ∫_{٠}^{ن} (١ + جا ن) دن

س + ٣ = [ن − جتا ن]_{٠}^{ن}

س + ٣ = (ن − جتا ن) − (٠ − ١)

س + ٣ = ن − جتا ن + ١

س = ن − جتا ن − ٢

---

(٨) إذا كانت د = ٣ ، ع₀ = −١ فإن المسافة المقطوعة خلال [٠، ٢] هي ...

(أ) ١/٦ وحدة طول (ب) ٤ وحدة طول

(جـ) ٢٥/٦ وحدة طول (د) ١٣/٣ وحدة طول

الحل

∵ د = دع/دن

∫ دع = ∫ د دن

∫_{−١}^{ع} دع = ∫_{٠}^{ن} ٣ دن

ع + ١ = ٣ن

ع = ٣ن − ١

عند وضع ع = ٠ ، ن = ١/٣

∵ ع = دس/دن

∫_{س₀}^{س} دس = ∫_{٠}^{ن} ع دن = ∫_{٠}^{ن} (٣ن − ١) دن

س − س₀ = (٣/٢ ن² − ن)

ف = (٣/٢ ن² − ن)

ف_{٠←٢} = ف_{٠←١/٣} + ف_{١/٣←٢}

= [ف_{١/٣} − ف_{٠}] + [ف_{٢} − ف_{١/٣}]

= |−١/٦ − ٠| + |٤ + ١/٦|

= ٤ + ٢/٦ = ٢٦/٦ = ١٣/٣ وحدة طول



الدرس الأول: كمية الحركة

① كمية الحركة هي حاصل ضرب كتلة الجسم × سرعته

② الوحدة = وحدة كتلة × وحدة سرعة
= كجم . م/ث أو كجم . كم/س
= جم . سم/ث

③ $م = ك ع$

④ التغير في كمية الحركة

(أ) $(\Delta م) = ك (ع_٢ - ع_١)$
إذا كانت $ع_١$ ، $ع_٢$ لهم نفس الإتجاه
مثل جسم يسقط في ماء وأكمل لأسفل

(ب) $(\Delta م) = ك (ع_٢ + ع_١)$
إذا كانت $ع_١$ ، $ع_٢$ متضادين في الإتجاه
مثل كرة سقطت على أرض وارتدت لأعلى
كرة اصطدمت بالحائط وارتدت

⑤ كذلك $\Delta م = ك \int_{ع_١}^{ع_٢} د ع$
ولا يلتفت للسرعة الابتدائية
ركز يا بطل



اختر

① كمية حركة رصاصة كتلتها ١٠٠ جم تتحرك بسرعة ٢٤٠ م/ث

(أ) ٢٤×١٠^{٣} جم . م/ث (ب) ٢٤ كجم . م/ث
(جـ) ٢٤×١٠^{٤} جم . م/ث (د) ٢٤×١٠^{٣} كجم . م/ث

---

② كمية حركة سيارة كتلتها ٢ طن تتحرك في خط مستقيم بسرعة ٥٤ كم/س ...

(أ) ١٠٨ طن . م/ث (ب) ٣٠ طن . كجم/س
(جـ) ٣٠٠٠٠ كجم . م/ث (د) ١٠٨٠٠٠ كجم . م/ث

$٢٠٠٠ \times ٥٤ \times \frac{٥}{١٨} = ٣٠٠٠٠$ كجم . م/ث

---

③ قذيفة كتلتها ١ كجم تنطلق بسرعة ٧٢٠ كم/س نحو دبابة كتلتها ٥٠ طن تتحرك نحو المدفع بسرعة ٢٠ م/ث فإن

* أولاً: مقدار كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة ...

(أ) ٢٠٠ كجم . م/ث (ب) ٢٢٠ كجم . م/ث
(جـ) $١٠^{٧}$ كجم . م/ث (د) ١×١٠^{٧} كجم . م/ث

سرعة نسبية $ع = ٧٢٠ \times \frac{٥}{١٨} + ٢٠ = ٢٢٠$ كتلة القذيفة = ١
$م = ٢٢٠ \times ١ = ٢٢٠$ كجم . م/ث

* ثانياً: مقدار كمية حركة الدبابة بالنسبة للقذيفة ...

(أ) ٢٠٠ كجم . م/ث (ب) ٢٢٠ كجم . م/ث
(جـ) $١٠^{٧}$ كجم . م/ث (د) ١×١٠^{٧} كجم . م/ث

كتلة الدبابة = ٥٠٠٠٠ $ع = ٧٢٠ \times \frac{٥}{١٨} + ٢٠$

١ صاروخ كتلته ٤ طن بما فيه من وقود ، انطلق بسرعة ٢٠٠ م/ث ويقذف الوقود بمعدل ثابت قدره ١٠٠ كجم/ث مع بقاء كمية الحركة ثابتة فأوجد سرعة الصاروخ بعد ١٠ ث بوحدة كم/س

الحل

بعد ١٠ ثوانى تكون كمية الوقود المفقودة

= ١٠٠ × ١٠ = ١٠٠٠ كجم = ١ طن

∵ كمية الحركة ثابتة

م₁ = م₂

٤ × ٢٠٠ = ٣ ع

∴ ع = ٨٠٠/٣ م/ث

ع = ٨٠٠/٣ × ١٨/٥ = ٩٦٠ كم/س

---

٢ سيارة كتلتها ١٢٠٠ كجم تتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت ف = ن³ − ١٢ ن² ، ف بالمتر

أوجد كمية حركة السيارة بعد ٤ ث

الحل

ك = ١٢٠٠ كجم

ع = دف/دن = ٣ن² − ٢٤ن

ع(٤) = ٣(٤)² − ٢٤(٤) = −٤٨ م/ث

∴ م = ك ع = ١٢٠٠ × −٤٨ = −٥٧٦٠٠ كجم.م/ث

---

٣ سقطت كرة من المطاط كتلتها ٢٠٠ جم من ارتفاع ٩٠ سم على سطح أفقى فارتدت إلى ارتفاع ٤٠ سم . احسب بوحدة كجم.م/ث مقدار التغير فى كمية الحركة نتيجة التصادم

الحل

ك = ٠٫٢ كجم

فى الجزء الأول السقوط

ع² = ع₀² + ٢ د ف

ع² = ٢ × ٩٫٨ × ٠٫٩ = ٤٤١/٢٥

∴ ع = ٤٫٢ م/ث

فى جزء الارتداد لأعلى

ع² = ع₀² − ٢ د ف

ع₀² = ٠ + ٢ × ٩٫٨ × ٠٫٤

∴ ع₀² = ١٩٦/٢٥ ∴ ع₀ = ٢٫٨

∵ الجسم غير الاتجاه

∴ Δم = ك (ع₂ + ع₁)

= ٠٫٢ (٢٫٨ + ٤٫٢)

= ١٫٤ كجم.م/ث

٤ جسم كتلته ١٦ كجم يتحرك في خط مستقيم بحيث كانت $\overline{ق} = (٣ن^٢ - ٨ن)\ \overline{ى}$ أوجد التغير في كمية الحركة في الفترات التالية.

(أ) [٢ ، ٤] **(ب)** [٥ ، ٨]

الحل

$\Delta م = ١٦ \int_{٢}^{٤} (٣ن^٢ - ٨ن)\ ءن$

$= ١٦ \left[ن^٣ - ٤ن^٢ \right]_{٢}^{٤}$

$= ١٦ \left[(٤^٣ - ٤ \times ٤^٢) - (٢^٣ - ٤ \times ٢^٢) \right]$

$= ١٦ (٦٤ - ٦٤ - ٨ + ١٦) = ١٢٨$ كجم.م/ث

حل انت الثانية مادامت فاضي

٥ قذف جسم كتلته ١ كجم رأسياً لأعلى بسرعة ٥٨,٨ م/ث احسب التغير في كمية الحركة

(أ) [٢ ، ٥] **(ب)** [٤ ، ٨]

الحل

ركز في الكلام ده

أولاً قذف لأعلى يبقى $جـ = -٩,٨$

ثانياً السرعة الابتدائية دي ملهاش أي لازمة

يعني $جـ = -٩,٨$ م/ث^٢

$\therefore \Delta م = ١ \int_{٢}^{٥} (-٩,٨)\ ءن$

$= \left[-٩,٨ ن \right]_{٢}^{٥} = -٢٩,٤$

وبالمثل حل الثانية

٦ سقط جسم كتلته ٩٠ جم رأسياً وبعد ٣ ثوان من سقوطه اصطدم بسطح سائل لزج. فصار فيه بسرعة منتظمة فقطع ٢,٢ م في نصف ثانية أوجد التغير في كمية الحركة نتيجة التصادم

الحل

الجزء الأول: $ع_٠ = ٠$ ، $جـ = ٩,٨$ م/ث^٢ ، $ن = ٣$ ث ، $ع = ...$

الجزء الثاني: $ع = ...$ ، سرعة منتظمة

$ع = ع_٠ + جـ ن$

$ع = ٠ + ٩,٨ \times ٣ = ٢٩,٤$ م/ث

في الجزء الثاني

سرعة منتظمة ملهاش غير قانون واحد

$السرعة = \frac{المسافة}{الزمن} = \frac{٢,٢}{٠,٥} = ٤,٤$ م/ث

$\therefore \Delta م = ك (ع_٢ - ع_١)$ لم يتغير الاتجاه

$\therefore \Delta م = ٠,٠٩ (٤,٤ - ٢٩,٤)$

$= -٢,٢٥$ كجم.م/ث



الدرس الثاني: القانون الأول لنيوتن

١) يظل كل جسم على حالته من سكون أو حركة منتظمة ما لم يؤثر عليه مؤثر خارجي يغير من حالته.

٢) المفتاح جسم ساكن أو يتحرك بسرعة منتظمة

٣) اللي فوق = اللي تحت
اليمين = اليسار

٤) إذا تحرك الجسم بأقصى سرعة معناه أن السرعة منتظمة، جـ = ٠

٥) إذا أوقفت السيارة محركها فإن ق = ٠

٦) إذا كان المستوى أملس فإن م = ٠

٧) المقاومة الكلية = مقاومة كل طن × عدد الأطنان

٨) المقاومة لكل طن = المقاومة الكلية / عدد الأطنان

٩) إذا كانت م ∝ ع فإن $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١}{ع_٢}$

١٠) إذا كانت م ∝ ع² فإن $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢}$

اختبر

١) سيارة كتلتها ٤ أطنان تتحرك على طريق أفقي بسرعة منتظمة، إذا كانت قوة المحرك ١٢٠ ث.كجم فإن مقاومة الحركة لكل طن من كتلته = ...

(أ) ٤٠ ث.طن (ب) ٣٠ ث.كجم (جـ) ١٢٠ ث.كجم (د) ٤٨٠ ث.كجم

ق = م = ١٢٠ ث.كجم الكلية
المقاومة لكل طن = $\frac{١٢٠}{٤}$ = ٣٠ ث.كجم

٢) تحرك جسم في خط مستقيم بسرعة منتظمة تحت تأثير القوتين $\overline{ق_١} = ٢أ\overline{س} - ٣\overline{ص} + ٤\overline{ع}$
$\overline{ق_٢} = ٦\overline{س} + ب\overline{ص} - هـ\overline{ع}$
فإن أ + ب + هـ = ...

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) -٣ (د) -٤

محصلة القوى = صفر $\overline{ق_١} + \overline{ق_٢}$ = ٠
∴ $\overline{ق_١} = -\overline{ق_٢}$
٢أ = -٦ [أ = -٣] [ب = ٣]
-هـ = -٤ [هـ = ٤]
-٣ + ٣ + ٤ = ٤



٣) إذا كان جسم وزنه ٢٠ ث.كجم ينزلق بسرعة منتظمة على مستوى مائل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠° فإن مقاومة المستوى ث.كجم = ...

(أ) صفر (ب) ١٠ (جـ) ١٠√٣ (د) ٢٠

م = و جا هـ = ٢٠ جا ٣٠ = ١٠ ث.كجم

٤ جسم يتحرك بسرعة منتظمة تحت تأثير $ق_١ ، ق_٢ ، ق_٣$ حيث

$ق_١ = ٥ س + ٧ ص + ٣٥ ع$

$ق_٢ = ٥ ص + ٤٩ ع$

مقدار $ق_٣$ = ---- وحدة قوة

(أ) ٤٩ (ب) ٥٤ (ج) ٨٥ (د) ١٠٣

$ق_١ + ق_٢ + ق_٣ = ٠$ ∴ $ق_٣ = -ق_١ - ق_٢$

$ق_٣ = (-٥ ، -١٢ ، -٨٤)$

$\|ق_٣\| = \sqrt{(٥)^٢ + (١٢)^٢ + (٨٤)^٢} = ٨٥$

٥ جندى مظلات يهبط رأسياً وكانت مقاومة الهواء لحركته تتناسب مع مربع سرعته وكانت $ع_١$ سرعته عندما كانت مقاومة الهواء له $\frac{٩}{٢٥}$ من وزنه ، $ع_٢$ أقصى سرعة هبوط للجندى فإن $ع_١ : ع_٢$ = ...

(أ) ٩ : ٢٥ (ب) ٢٥ : ٩ (ج) ٣ : ٥ (د) ٥ : ٣

$\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢}$ عند أقصى سرعة م = و

$\frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢} = \frac{\frac{٩}{٢٥} و}{و} = \frac{٩}{٢٥}$

$\frac{ع_١}{ع_٢} = \frac{٣}{٥}$

٦ قاطرة تجر قطاراً على طريق أفقى بسرعة منتظمة فإذا كانت كتلة القطار والقاطرة معاً ٢٥٠ طن وقوة القاطرة ٢٠٠٠ ث.كجم فإن مقدار المقاومة بثقل كجم لكل طن من الكتلة هو ----

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) ٨ (ج) ٢٠٠ (د) ٢٥٠

ق = م

م = ٢٠٠٠ ث.كجم

المقاومة لكل طن = $\frac{٢٠٠٠}{٢٥٠} = ٨$ ث.كجم لكل طن

٧ تهبط سيارة على مستوى مائل بسرعة ثابتة إذا أبطل السائق محركها وتصعد نفس المستوى بسرعة ثابتة أيضاً إذا كانت قوة محركها = وزن السيارة . فإن زاوية ميل المستوى على الأفقى = ...

(أ) °١٥ (ب) °٣٠ (ج) °٤٥ (د) °٦٠

فى حالة الهبوط ∴ ق = ٠

م = و جا هـ ← (١)

فى حالة الصعود

ق = م + و جا هـ

∴ ق = و ، م = و جا هـ

∴ و = و جا هـ + و جا هـ

٢ جا هـ = ١ ∴ جا هـ = $\frac{١}{٢}$

∴ هـ = °٣٠

(٨) سيارة كتلتها ٦ أطنان تتحرك تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع السرعة فإذا كانت المقاومة ٥ ث.كجم لكل طن عندما كانت سرعتها ٣٦ كم/س أوجد قوة المحرك إذا كانت أقصى سرعة لها ٤٠ م/ث

الحل

عند $ع_1$ = ٣٦ كم/س × $\frac{5}{18}$ = ١٠ م/ث

كانت $م_1$ = ٦ × ٥ = ٣٠ ث.كجم

$ع_2$ = ٤٠ م/ث

$م_2$ = ؟؟

عند أقصى سرعة: ق = م

$\frac{م_1}{م_2} = \frac{ع_1^2}{ع_2^2}$ ، $\frac{٣٠}{م_2} = \frac{(١٠)^2}{(٤٠)^2}$

$م_2 = \frac{٣٠ \times (٤٠)^2}{(١٠)^2}$ = ٤٨٠ ث.كجم

∴ ق = ٤٨٠ ث.كجم

(٩) قاطرة كتلتها ٣٠ طن وقوة آلتها ١٥ ث.طن تجر عدد من العربات كتلة كل منها ١٠ أطنان لتصعد منحدر يميل على الأفقي بزاوية ٣٠° بسرعة منتظمة، فإذا كانت المقاومة لحركة القاطرة والعربات ١٠ ث.كجم لكل طن من الكتلة فما هو عدد العربات

الحل

∵ السرعة منتظمة

∴ ق = م + و جا ٣٠

نفرض أن الكتلة الكلية ك بالطن

م = $\frac{١٠}{١٠٠٠}$ × ك = ٠.٠١ ك بالثقل طن

و = ك بالثقل طن × جا ٣٠ = ٠.٥ ك

∴ ق = م + و جا ٣٠

٥١ = ٠.٠١ ك + ٠.٥ ك

∴ ٠.٥١ ك = ٥١ ∴ ك = ١٠٠ طن

∵ كتلة القاطرة ٣٠ طن

∴ كتلة العربات = ١٠٠ − ٣٠ = ٧٠ طن

عدد العربات = $\frac{٧٠}{١٠}$ = ٧ عربات

(١٠) يتحرك جسم في خط مستقيم تحت تأثير ثلاث قوى $ق_1$ ، $ق_2$ ، $ق_3$ حيث $ق_2$ = س + ٣ ع ، $ق_3$ = ٣ س − ١٢ ص + ع بحيث كان متجه الإزاحة ف = ٢ن س − ٥ن ص + ن ع

أوجد معيار $ق_1$

الحل

∵ ف = ٢ن س − ٥ن ص + ن ع

ع = $\frac{دف}{دن}$ = ٢ س − ٥ ص + ع

جـ = $\frac{دع}{دن}$ = صفر = ب ∴ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة

∴ محصلة القوى = صفر ، $ق_1 + ق_2 + ق_3$ = ٠

$ق_1 = -ق_2 - ق_3$

= (−١ ، ٠ ، −٣) + (−٢ ، ١٢ ، −١) = (−٣ ، ١٢ ، −٤)

∴ $\|ق_1\| = \sqrt{(٣)^2 + (١٢)^2 + (٤)^2}$ = ١٣ وحدة قوة

الدرس الثالث: القانون الثاني لنيوتن

١) معدل التغير في كمية حركة جسم بالنسبة للزمن يتناسب مع القوة المحدثة له، ويكون في اتجاهها.

٢) $\frac{د}{د ن}(ك ع) = ق$

إذا كانت الكتلة ثابتة

٣) ق = ك جـ

نيوتن = كجم . م/ث²

داين = جم . سم/ث²

٤) ١ نيوتن = ١٠^٥ داين

٥) ١ ث . كجم = ٩,٨ نيوتن

٦) ١ ث . جم = ٩٨٠ داين

٧) لاحظ في العلاقة ق = ك جـ لابد أن تكون الوحدات مطلقة

٨) الجسم الذي كتلته ١٠ كجم فإن وزنه = ١٠ ث.كجم = ١٠ × ٩,٨ = ٩٨ نيوتن

٩) الجسم الذي كتلته ١٠ جم وزنه = ١٠ ث.جم = ١٠ × ٩٨٠ = ٩٨٠٠ داين

١٠) إذا أثرنا بنفس القوة ق على جسمين (ك)، (٢ك) فإن الأول يكتسب عجلة جـ والثاني (الأكبر في الكتلة) يكتسب عجلة (½ جـ)

١١) إذا كانت النسبة بين كتلة جسمين ساكنين هي ٢:٥ وأثرت على كل منهما ق فإن النسبة بين عجلة حركتيهما ٥:٢

١٢) محصلة القوى في اتجاه حركة الجسم = ك جـ

محصلة القوى في الاتجاه العمودي عليه = صفر

١٣) مقاومة الحركة مهمة جداً

القوى (في اتجاه الحركة) − القوى (عكس الحركة) = ك جـ

١٤) $\int_{ن_1}^{ن_2} ق \, د ن = ك \int_{ع_1}^{ع_2} د ع$

١٥) $\int_{ف_1}^{ف_2} ق \, د ف = ك \int_{ع_1}^{ع_2} ع \, د ع$

١٦) $\int_{ن_1}^{ن_2} د ن = ك \int_{ع_1}^{ع_2} \frac{1}{ق} \, د ع$

المسائل

١ كتلة مقدارها ٢٠ كجم موضوعة على مستوى أفقي أملس ، أثرت عليها قوة أفقية مقدارها ق فحركتها بعجلة منتظمة مقدارها ٤٩ م/ث^٢ أوجد ق .

الحل

ق = ك جـ

= ٢٠ × ٤٩ = ٩٨٠ نيوتن .

٢ إذا كانت قوة آلة قاطرة تساوي ٢,٥ ث. طن . وكانت كتلة القطار والقاطرة ٢٠٠ طن ، وبدأ القطار يتحرك من السكون ، أوجد سرعة القطار بعد نصف دقيقة .

الحل

∵ ق = ك جـ

٢,٥ × ٩,٨ × ١٠٠٠ = ٢٠٠٠٠٠ جـ

∴ جـ = ٠,١٢٢٥ م/ث^٢

ع. = ٠

ن = ٣٠ ث

ع = ؟

ع = ع. + جـ ن = ٠ + ٠,١٢٢٥ × ٣٠

= ٣,٦٧٥ م/ث

٣ أوجد القوة الأفقية التي تشد بها قاطرة قطار كتلته ٢٤٥ طناً لتزيد سرعته إلى ١٨ كم/س بعد أن قطع مسافة كيلومتر واحد على طريق أفقية إذا كانت قوة المقاومة ٤ ث. كجم/طن .

الحل

المقاومة = ٤ × ٩,٨ × ٢٤٥ = ٩٦٠٤ نيوتن

ع = ١٨ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٥ م/ث | ع. = ٠

∵ ع^٢ = ع.^٢ + ٢ جـ ف | ف = ١٠٠٠ م

جـ = $\frac{ع^2 - ع.^2}{٢ ف}$ = $\frac{٢٥ - ٠}{٢ × ١٠٠٠}$ = $\frac{١}{٨٠}$ م/ث^٢

(ق − م) = ك جـ

ق = ك جـ + م

= $\frac{١}{٨٠}$ × ٢٤٥٠٠٠ + ٩٦٠٤

= ١٢٦٦٦,٥ نيوتن

= ١٢٩٢,٥ ث. كجم

٤ صندوق كتلته ١٠٠ كجم ، يرفع رأسياً لأعلى بحبل بعجلة منتظمة قدرها ٢٥ سم/ث^٢ . أوجد قوة الشد في الحبل مع إهمال المقاومة

الحل

شد − ك د = ك جـ

ش = ك جـ + ك د

= ١٠٠ × ٠,٢٥ + ١٠٠ × ٩,٨

= ١٠٠٥ نيوتن

٥ سيارة ساكنة كتلتها ٤٫٩ طن ، أثرت عليها قوة فأصبحت سرعتها ٢٧ كم/س خلال دقيقة واحدة أوجد القوة التي أثرت على السيارة بثقل الكجم

الحل

ك = ٤٫٩ × ١٠٠٠ = ٤٩٠٠ كجم

ع. = ٠ ، $ع$ = ٢٧ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٧٫٥ م/ث

ن = ٦٠ ث

ع = ع. + جـ ن

جـ = $\frac{ع - ع.}{ن}$ = $\frac{٧٫٥ - ٠}{٦٠}$ = $\frac{١}{٨}$ م/ث²

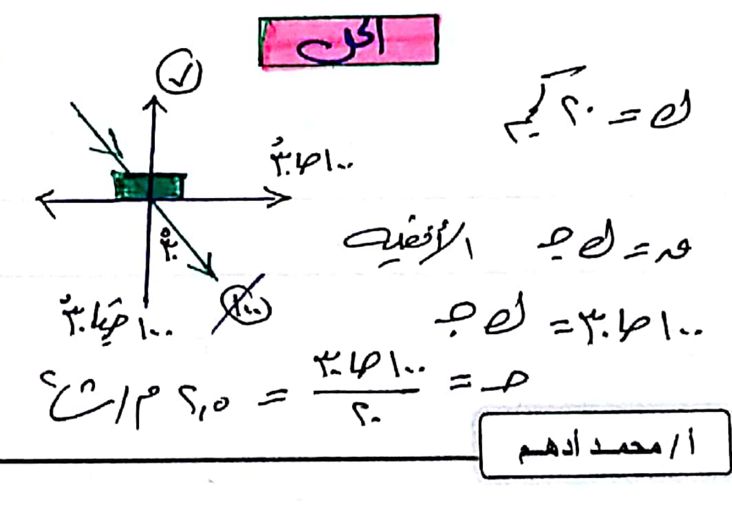
ق = ك جـ

∴ ق = ٤٩٠٠ × $\frac{١}{٨}$ = ٦١٢٫٥ نيوتن ÷ ٩٫٨

∴ ق = $\frac{٦١٢٫٥}{٩٫٨}$ = ٦٢٫٥ ث.كجم

٦ أثرت قوة مقدارها ١٠٠ نيوتن ويصنع اتجاهها زاوية ٣٠° مع الرأسي لأسفل على جسم كتلته ٢٠ كجم موضوع على أرض أفقية ملساء أوجد العجلة الناشئة وكذلك مقدار قوة رد الفعل العمودي

الحل



ك = ٢٠ كجم

ق = ك جـ الأفقية

١٠٠ جا ٣٠ = ك جـ

جـ = $\frac{١٠٠ جا ٣٠}{٢٠}$ = ٢٫٥ م/ث²

ر = ١٠٠ جتا ٣٠ = ٥٠ √٣ نيوتن

أو = $\frac{٥٠ √٣}{٩٫٨}$ = ٨٫٨٣٧ ث.كجم

٧ قطار كتلته ٢٤٥ طناً (عدا ذلك القاطرة) يتحرك بعجلة منتظمة مقدارها ١٥ سم/ث² على طريق مستقيم أفقي فإذا كانت مقاومة الهواء والاحتكاك ٧٥ ث.كجم لكل طن من كتلة القطار فأوجد بثقل الكيلوجرام قوة آلة القطار وإذا انفصلت العربة الأخيرة وكتلتها ٤٩ طناً بعد أن تحرك القطار من السكون لمدة ٤٫٩ دقيقة فأوجد الزمن الذي تأخذه العربة المنفصلة حتى تقف.

الحل

قبل انفصال العربة

ق − م = ك جـ

ق = م + ك جـ = ٧٥ × ٩٫٨ × ٢٤٥ + ٢٤٥٠٠٠ × ٠٫١٥

∴ ق = ٢١٦٨٢٠ نيوتن = ٢٢١٢٥ ث.كجم

∵ ع. = ٠ ، جـ = ٠٫١٥ م/ث² ، ن = ٢٩٤ ث

∴ ع = ع. + جـ ن = ٠ + ٠٫١٥ × ٢٩٤ = ٤٤٫١ م/ث

بعد انفصال العربة (العربة المنفصلة)

ق − م = ك جـَ ∵ ق = ٠ لانها انفصلت

− م = ك جـَ

− ٤٩ × ٧٥ × ٩٫٨ = ٤٩٠٠٠ جـَ

∴ جـَ = −٫٧٣٥ م/ث²

∵ $ع = ع_0 + جـ ن$

$ع = 0$ لأنه توقف $ع_0 = ٤٤,١$

ومن السرعة التي أخذ بها الجزء الأول

∴ $0 = ٤٤,١ - ٠,٧٣٥ ن$

∴ $٠,٧٣٥ ن = ٤٤,١$

∴ $ن = \frac{٤٤,١}{٠,٧٣٥} = ٦٠$ ث

---

(٨) بالون كتلته ١٠٥٠ كجم يتحرك بسرعة منتظمة رأسياً لأعلى سقط منه جسم كتلته ٧٠ كجم. أوجد العجلة التي يصعد بها البالون بعد ذلك، وإذا كانت سرعة البالون قبل سقوط الجسم ٥٠ سم/ث أوجد

(أ) المسافة التي يقطعها بعد ذلك في ١٠ ثواني.

(ب) المسافة بين البالون والجسم بعد هذه المدة

الحل

حركة البالون قبل سقوط الجسم منه (القانون الأول)

م ، و

$م = و = ك د = ١٠٥٠$ ث.كجم

بعد سقوط الجسم أصبحت الكتلة

١٠٥٠ ث كجم

$١٠٥٠ - ٧٠ = ٩٨٠$ كجم

∴ $ك جـ = ٩,٨ \times ١٠٥٠ - ٩,٨ \times ٩٨٠$

٩٨٠ ث كجم

$٩٨٠ جـ = ٩,٨ \times ١٠٥٠ - ٩,٨ \times ٩٨٠$

$٩٨٠ جـ = ٦٨٦$

∴ $جـ = \frac{٦٨٦}{٩٨٠} = ٠,٧$ م/ث²

$ع_0 = ٥٠$ سم/ث $= ٠,٥$ م/ث

$جـ = ٠,٧$ م/ث² $ن = ١٠$ ث

$ف = ع_0 ن + \frac{1}{2} جـ ن^2$

$= ٠,٥ \times ١٠ + \frac{1}{2} \times ٠,٧ \times (١٠)^2$

$= ٤٠$ م لأعلى

ف للجسم   باعتباره وكأنه مقذوف لأعلى

$ف = ع_0 ن - \frac{1}{2} د ن^2$

$ف = ٠,٥ \times ١٠ - \frac{1}{2} \times ٩,٨ \times (١٠)^2$

$= - ٤٨٥$ م

والإشارة السالبة تدل على أنه تحرك لأسفل نقطة القذف أي أنه تحرك ٤٨٥ م لأسفل

∴ المسافة بين البالون والجسم بعد ١٠ ث

$= ٤٠ + ٤٨٥ = ٥٢٥$ متر

---

(٩) جسم كتلته $ك = (٢ن + ٥)$ كجم متجه موضعه $\overrightarrow{ر} = (\frac{1}{2} ن^2 + ن - ٥)\, \overrightarrow{ى}$ أوجد

(أ) متجه السرعة والعجلة للجسم عند أي لحظة

(ب) مقدار القوة المؤثرة على الجسم عند ن = ١٠ ث

الحل

(أ) $\overrightarrow{ع} = \frac{د \overrightarrow{ر}}{د ن} = (ن + ١)\, \overrightarrow{ى}$

$\overrightarrow{جـ} = \frac{د \overrightarrow{ع}}{د ن} = (١)\, \overrightarrow{ى}$

(ب) كمية الحركة $\overrightarrow{م} = ك \overrightarrow{ع} = (٢ن + ٥)(ن + ١)\, \overrightarrow{ى}$

∴ $\overrightarrow{م} = (٢ن^2 + ٧ن + ٥)$

$ق = \frac{د م}{د ن} = ٤ن + ٧$

عند $ن = ١٠$ ∴ $ق = ٤٧$ نيوتن

لاحظ أنه طالما الكتلة متغيرة و ر متغيرة . يبقى لازم نجيب كمية الحركة (ك × ع) وبعدين $ق = \frac{د}{دن}[ك \times ع]$ مرة واحدة

(١٠) بالون كتلته ٥٦٠ كجم يصعد رأسياً لأعلى بسرعة منتظمة سقط منه جسم كتلته ٧٠ كجم . أوجد مقدار واتجاه العجلة التى يتحرك بها البالون بعد سقوط الجسم .

الحل

* حركة البالون قبل سقوط الجسم

$ق = و_1 = ك د = ٥٦٠ \times ٩{,}٨$ نيوتن

* حركة البالون بعد سقوط الجسم منه

$ق - و_2 = ك ج$

$و_2 = ٥٦٠ - ٧٠ = ٤٩٠$ ث كجم

$\therefore ٥٦٠ \times ٩{,}٨ - ٤٩٠ \times ٩{,}٨ = ٤٩٠ ج$

$\therefore ج = \frac{٦٨٦}{٤٩٠} = ١{,}٤$ م/ث²

(١١) أثرت قوة $ق = ٣ن + ١$ على جسم ساكن كتلته ٤ كجم مبتدئاً حركته من نقطة الأصل "و" على خط مستقيم

أ) أوجد ع عندما ن = ٢ ثانية

ب) ف عندما ن = ٢ ثانية علماً بأن ق مقاسة بالنيوتن

الحل

أ) $\because ق = ك ج$

$\therefore ٣ن + ١ = ٤ ج$

$\therefore ج = \frac{٣}{٤}ن + \frac{١}{٤}$

$ع = \int_{٠}^{٢} ج \, دن = \int_{٠}^{٢} \left(\frac{٣}{٤}ن + \frac{١}{٤}\right) دن$

$ع = \left[\frac{٣}{٨}ن^2 + \frac{١}{٤}ن\right]_{٠}^{٢} = ١{,}٥ + \frac{١}{٢} = ٢$ م/ث

ب) $ف = \int_{٠}^{٢} ع \, دن = \int_{٠}^{٢} \left[\frac{٣}{٨}ن^2 + \frac{١}{٤}ن\right] دن$

$= \left[\frac{١}{٨}ن^3 + \frac{١}{٨}ن^2\right]_{٠}^{٢}$

$= ١ + \frac{١}{٢} = ١{,}٥$ م

(١٢) أثرت قوة ق على جسم كتلته ٣ كجم، يتحرك فى خط مستقيم مبتدئاً بسرعة قدرها ٢ م/ث ، وكانت $ق = \frac{٣}{٢ع + ١}$ حيث ع سرعة الجسم بعد زمن قدره ن ، متى تكون سرعة الجسم ٦ م/ث

الحل

$\because ق = ك ج$

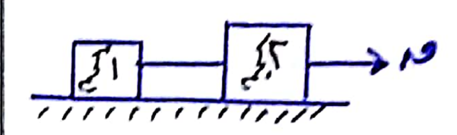
$\therefore \frac{٣}{٢ع + ١} = ٣ \times \frac{دع}{دن}$

$\int_{٠}^{ن} دن = \int_{٢}^{٦} (٢ع + ١) \, دع$

$[ن]_{٠}^{ن} = [ع^2 + ع]_{٢}^{٦}$

$ن = (٣٦ + ٦) - (٤ + ٢) = ٣٦$ ث

(١٣) في الشكل المقابل



إذا كان الجسمان يتحركان بعجلة منتظمة على مستوى أفقي أملس تحت تأثير القوة الأفقية التي مقدارها ق ، فإن مقدار الشد في الخيط بين الجسمين = ...

(أ) ٣ ق (ب) ٢ ق
(ج) $\frac{ق}{٢}$ (د) $\frac{ق}{٣}$

الكتلة الكلية ٣ كجم ⟸ ق
١ ⟵ $\frac{ق}{٣}$

لأن الخيط الأوسط يشد الكتلة ١ كجم فقط
وهي ثلث المجموعة = $\frac{ق}{٣}$

(١٤) في الشكل المقابل

جـ

إذا كانت القوة التي مقدارها ٢٠ نيوتن تدفع الكتلتين ٣ كجم ، ٢ كجم أفقياً في اتجاهها كما هو مبين بالشكل ، فإن القوة التي تؤثر بها الكتلة ٢ كجم على الكتلة ٣ كجم ..

(أ) ٨ نيوتن (ب) ١٠ نيوتن
(ج) ١٢ نيوتن (د) ٢٠ نيوتن




ك = ٥ ق = ٢٠

ق = ك جـ جـ = $\frac{٢٠}{٥}$ = ٤

الكتلة ٢ $\overset{ك \times جـ}{٢ \times ٤}$ = ٨ نيوتن

(١٥) أثرت قوة في ثلاثة أجسام مختلفة فأكسبت أولها عجلة قدرها ٢ جـ والثاني عجلة قدرها ٣ جـ والثالث قدرها ٥ جـ فإذا ربطت الأجسام الثلاثة معاً وأصبحت جسماً واحداً وتحرك بعجلة جَ تحت تأثير نفس القوة فأوجد النسبة بين جَ : جـ

الحل

∵ ق = $ك_١ \times ٢$ جـ ∴ $ك_١ = \frac{ق}{٢ جـ}$

، ق = $ك_٢ \times ٣$ جـ ∴ $ك_٢ = \frac{ق}{٣ جـ}$

، ق = $ك_٣ \times ٥$ جـ ∴ $ك_٣ = \frac{ق}{٥ جـ}$

، ق = $(ك_١ + ك_٢ + ك_٣) \times$ جَ

ق = $\left(\frac{ق}{٢ جـ} + \frac{ق}{٣ جـ} + \frac{ق}{٥ جـ}\right)$ جَ

ق = $\left(\frac{٣١ ق}{٣٠ جـ}\right)$ جَ

٣١ جَ = ٣٠ جـ

∴ جَ : جـ = ٣٠ : ٣١

الدرس الرابع: القانون الثالث لنيوتن - المصاعد

١) لكل فعل رد فعل مساوٍ له فى المقدار ومضاد له فى الاتجاه.

٢) ص أو ر أو ش
الضغط ، رد الفعل ، الشد

٣) إذا كان المصعد ساكن او يتحرك بسرعة منتظمة
$ص = ك د$

٤) إذا كان المصعد صاعد بعجلة منتظمة ج
$ص = ك (د + ج)$

٥) إذا كان المصعد هابط بعجلة منتظمة ج
$ص = ك (د - ج)$

٦) الوزن الحقيقى = ك د

٧) قراءة الميزان ص تكون وزن ظاهرى
(أ) فى الحالة الاولى الوزن الحقيقى = الظاهرى
(ب) وفى الثانية الوزن الظاهر اكبر من الحقيقى
(ج) وفى الثالثة الوزن الظاهرى أصغر من الحقيقى

اختبر

١) إذا وضع جسم على ميزان ضغط مثبت فى أرضية مصعد وكانت قراءة الميزان أصغر من وزن الجسم الحقيقى فيكون المصعد ...
(أ) صاعد بعجلة منتظمة (ب) هابط بسرعة منتظمة
(ج) صاعد بتقصير منتظم (د) هابط بتقصير منتظم

$ك (د - ج)$
إما هابط بعجلة منتظمة
أو صاعد بتقصير منتظم

٢) ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد ويحمل خطافه جسماً كتلته ١ كجم فإذا كانت قراءة الميزان ١١ نيوتن فإن المصعد يكون متحركاً ...
(أ) بسرعة ١,٢ م/ث لأعلى (ب) بسرعة ١,٢ م/ث لأسفل
(ج) بعجلة ١,٢ م/ث² لأعلى (د) بعجلة ١,٢ م/ث² لأسفل

$\cancel{ك}(د + ج) = ١١ \cancel{ك}$
$٩,٨ + ج = ١١$ ∴ $ج = ١,٢$ م/ث² لأعلى

ملحوظة: فى الميزان ذو الكفتين
الوزن الحقيقى = الوزن الظاهرى دائماً
لأنه نسبة بين الكفتين ولا يتأثر بالصعود أو الهبوط

١ شخص كتلته ٦٠ كجم موجود داخل مصعد عين رد فعل المصعد بالنيوتن في الحالات التالية.

أ) إذا كان المصعد ساكن

ب) يتحرك بعجلة منتظمة ١٫٧ م/ث² لأعلى

ج) يتحرك " " ١٫٧ م/ث² لأسفل

الحل

١- إذا كان المصعد ساكن ر = ك د

ر = ٦٠ × ٩٫٨ = ٥٨٨ نيوتن

٢- يتحرك لأعلى ر = ك (د + ج)

ر = ٦٠ (٩٫٨ + ١٫٧) = ٦٩٠ نيوتن

٣- يتحرك لأسفل ر = ك (د − ج)

ر = ٦٠ (٩٫٨ − ١٫٧) = ٤٨٦ نيوتن

مراجعة

ك د = ✓

١- في حالة المصعد ساكن تكون الوزن الظاهري = الحقيقي

٢- يتحرك لأعلى بعجلة منتظمة الظاهري > الحقيقي

٣- يتحرك لأسفل بعجلة منتظمة الظاهري < الحقيقي

٢ جسم كتلته ٧٠ كجم موضوع داخل صندوق كتلته ٢٨ كجم والصندوق مربوط بحبل يتحرك رأسياً إذا كان مقدار الشد في الحبل ١٠٥ ث.كجم

أوجد

أ) مقدار واتجاه عجلة حركة الصندوق

ب) ضغط الجسم على قاعدة الصندوق

الحل

أ) لاحظ أن قوة الشد في الحبل تؤثر على الصندوق + كتلة الجسم الذي بداخله

∴ الكتلة ك الكلية = ٧٠ + ٢٨ = ٩٨ كجم

ش = ك (د + ج)

١٠٥ × ٩٫٨ = ٩٨ (٩٫٨ + ج)

(٩٫٨ + ج) = $\frac{١٠٥ × ٩٫٨}{٩٨}$ = ١٠٫٥

∴ ج = ١٠٫٥ − ٩٫٨ = ٠٫٧ م/ث²

والإشارة موجبة أي أن العجلة لأعلى

ب) ضغط الجسم على قاعدة الصندوق هنتعامل مع كتلة الجسم فقط

ض = ك (د + ج)

ض = ٧٠ (٩٫٨ + ٠٫٧) = ٧٣٥ نيوتن

= ٧٥ ث.كجم

٣ علق جسم في ميزان زنبركي مثبت في سقف مصعد فسجل ١٧ ث.كجم عندما كان صاعداً بعجلة منتظمة $\frac{١}{٢}$ ج م/ث² وسجل القراءة ١٦ ث.كجم عندما كان هابطاً بتقصير منتظم ج متر/ث² أوجد كتلة الجسم وقيمة ج

الحل

عندما كان صاعد بعجلة $\frac{3}{2}$ ج

$17 \times 9.8 = \text{ك}\,(\text{ء} + \frac{3}{2}\,\text{ج})$

$\text{ك}\,(9.8 + \frac{3}{2}\,\text{ج}) = 166.6 \quad \leftarrow (1)$

ركز شوية لما قال هابط فالمفروض ك (ء − ج) ولكنه خلل سالب شمال تتقصير يبقى ج اشارتها سالبه فتصبح المعادلة الثانية

$\text{ك}\,(9.8 + \text{ج}) = 16 \times 9.8 \quad \leftarrow (2)$

بضرب المعادلة الثانية $\times \frac{3}{2}$

$9.8\,\text{ك} + \frac{3}{2}\,\text{ك ج} = 166.6$

$14.7\,\text{ك} + \frac{3}{2}\,\text{ك ج} = 235.2$

$-4.9\,\text{ك} = -68.6$

∴ ك = ١٤ كجم بالتعويض فى ②

$14\,(9.8 + \text{ج}) = 16 \times 9.8$

$9.8 + \text{ج} = 11.2$

∴ $\text{ج} = 11.2 - 9.8 = 1.4$ م/ث²

④ علق جسم فى ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجل الميزان القراءة ٧ ث.كجم عندما كان المصعد ساكناً ثم سجل القراءة ٨ ث.كجم عندما تحرك المصعد رأسياً بعجلة منتظمة. أوجد مقدار واتجاه العجلة التى يتحرك بها المصعد

الحل

∵ قراءة الميزان والمصعد ساكن = ٧ ث.كجم

∴ الوزن الحقيقى = ٧ ث.كجم

∵ الوزن الظاهرى > الوزن الحقيقى

∴ اتجاه الحركة لأعلى

$\text{ش} = \text{ك}\,(\text{ء} + \text{ج})$

$8 \times 9.8 = 7\,(9.8 + \text{ج})$

$9.8 + \text{ج} = \frac{9.8 \times 8}{7} = 11.2$

∴ ج = ١٫٤ م/ث²

⑤ جسم كتلته ٣٥ كجم، موضوع على ميزان ضغط مثبت فى أرضية مصعد يتحرك بسرعة قدرها ٤ م/ث وكانت قراءة الميزان ٣٤٣ نيوتن فأوجد المسافة التى يقطعها المصعد فى ٧ ثوانى.

الحل

قراءة الميزان = ٣٤٣ نيوتن = ٣٥ ث.كجم

∵ قراءة الميزان = كتلة الجسم

∴ المصعد يتحرك بسرعة منتظمة

ف / ع × ن

$\text{المسافة} = \text{ع} \times \text{ن}$

$= 4 \times 7 = 28$ م

الدرس الخامس: حركة جسم على مستوى مائل أملس

هابط

$ك\,د\,جاهـ = ك\,ج$

$ج = د\,جاهـ$

صاعد

$-ك\,د\,جاهـ = ك\,ج$

$ج = -د\,جاهـ$

$ر = ك\,د\,جتاهـ$

← رد فعل المستوى

ثابت تعجيل حركته = ---

صفر	د جاهـ	د جتاهـ	د

ب وفي نفس السؤال ثابت تعجيل حركته تتوقف على ...

كتلته	وزنه
زاوية ميل المستوى	رد فعل المستوى عليها

---

٢ وضع جسم كتلته ١٠ كجم موضوع على مستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{3}{5}$ أثرت قوة مقدارها ٨٠ نيوتن في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى إلى أعلى. أوجد مقدار واتجاه العجلة الناشئة ومقدار رد الفعل العمودي

الحل

$جاهـ = \frac{3}{5}$ ، $جتاهـ = \frac{4}{5}$

$ق = ٨٠$ نيوتن

$ك\,د\,جاهـ = ١٠ \times ٩,٨ \times \frac{3}{5} =$

$= ٥٨,٨$ نيوتن

$\therefore$ ق > ك د جاهـ

أي أن الحركة لأعلى المستوى

$ق - ك\,د\,جاهـ = ك\,ج$

$٨٠ - ٥٨,٨ = ١٠\,ج$

$\therefore ج = \frac{٢١,٢}{١٠} = ٢,١٢$ م/ث²

$ر = ك\,د\,جتاهـ = ١٠ \times ٩,٨ \times \frac{4}{5} = ٧٨,٤$ نيوتن

---

٧ اختر

أ إذا تحرك جسم على مستوى مائل أملس يميل على الأفقي بزاوية هـ تحت تأثير وزنه فقط

(٣) يتحرك جسم كتلته ٢ كجم على خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٦٠° تحت تأثير قوة مقدارها ١ ث.كجم موجهة نحو المستوى وتصنع مع الأفقي زاوية قياسها ٣٠° لأعلى ، أوجد مقدار قوة رد فعل المستوى على الجسم وكذلك عجلته

الحل

ر ، ق جتا٣٠ ، ق جا٣٠ ، ق ، ك د جا٦٠ ، ك د جتا٦٠

ق جتا٣٠ = ١ × ٩,٨ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ك د جا٦٠ = ٢ × ٩,٨ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$

∵ ك د جا٦٠ > ق جتا٣٠

∴ الحركة لأسفل المستوى

ك د جا٦٠ − ق جتا٣٠ = ك ج

٢ ج = ٢ × ٩,٨ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ − ١ × ٩,٨ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ ج = ٢,٤٥ $\sqrt{3}$ م/ث² لأسفل

ر = ق جا٣٠ + ك د جتا٦٠

= ٩,٨ × $\frac{1}{2}$ + ٢ × ٩,٨ × $\frac{1}{2}$

= ١٤,٧ نيوتن = ١,٥ ث.كجم

(٤) أ م نصف قطر رأسي ، أ ب ، أ جـ وتران يمثلان طريقين أملسين في الدائرة حيث أ جـ > أ ب ، انزلقت خرزتان من السكون من نقطة أ إحداهما على الوتر أ ب فوصلت ب بعد زمن ن١ والأخرى على الوتر أ جـ فوصلت جـ بعد زمن ن٢ أوجد النسبة ن١ : ن٢

الحل

* الخرزة التي تنزلق على أ جـ :

ع. = ٠ ، جـ = د جتا هـ

∵ ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ جـ ن²

= ٠ + $\frac{1}{2}$ × د جتا هـ ن٢²

∴ أ جـ = $\frac{1}{2}$ × د × $\frac{أد}{أجـ}$ × ن٢²

∴ ن٢² = $\frac{٢(أجـ)^2}{د × أد}$ = $\frac{٢ أى × أد}{أى × د}$ = $\frac{٤ نق}{د}$ ← (١)

* الخرزة التي تنزلق على أ ب :

ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ جـ ن²

= ٠ + $\frac{1}{2}$ د جتا هـ ن١²

أ ب = $\frac{1}{2}$ × د × $\frac{أو}{أب}$ × ن١²

∴ ن١² = $\frac{٢(أب)^2}{أو × د}$ = $\frac{٢ أو × أد}{أو × د}$ = $\frac{٤ نق}{د}$ ← (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ن١² : ن٢² = ١ : ١

∴ ن١ : ن٢ = ١ : ١

الدرس السادس: حركة جسم على مستوٍ خشن

١) $ح_س > ح_ك$

٢) $م_س > م_ك$

عندنا ثلاث حالات

أ) الأجسام المنزلقة بالفعل ($ح_ك$)

ب) الأجسام التي على وشك الحركة ($ح_س$)

جـ) الأجسام المتزنة [$ح \le ح_س$]

---

١) جسم وزنه ١٠ ث.كجم موضوع على مستوى أفقي خشن، أثرت عليه قوة قدرها ٣٧ نيوتن فحركته على المستوى الأفقي بعجلة منتظمة $\frac{٥}{٤}$ م/ث² أوجد معامل الاحتكاك الحركي بين الجسم والمستوى.

الحل

$ر = ١٠ \times ٩,٨ = ٩٨$ نيوتن

$\because ق - م_ك ر = ك جـ$

$٣٧ - م_ك \times ٩٨ = ١٠ \times \frac{٥}{٤}$

$٣٧ - ١٢,٥ = ٩٨ م_ك$

$\therefore م_ك = \frac{١}{٤}$

---

٢) جسم وزنه ٨٠٠ نيوتن موضوع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقي بزاوية ٢٥°، وكان معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى = ٠,٣٥ ومعامل الاحتكاك الحركي ٠,٢٥. أوجد القوة ق التي تؤثر في اتجاه خط أكبر ميل لأعلى

أ) ق التي تجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى

ب) ق أقل قوة تحافظ على الجسم متحركاً لأعلى.

جـ) ق أقل قوة تمنع الجسم من الانزلاق

الحل

أ) $\because$ الجسم على وشك الحركة لأعلى، $ر = و جتاهـ$

$\therefore ق = م_س ر + و جاهـ$

$= ٠,٣٥ \times ٨٠٠ جتا ٢٥° + ٨٠٠ جا ٢٥° \simeq ٥٩١,٨٦$ نيوتن

ب) أقل قوة تحافظ على الجسم متحركاً لأعلى المستوى

$ق = م_ك ر + و جاهـ$

$= ٠,٢٥ \times ٨٠٠ جتا ٢٥° + ٨٠٠ جا ٢٥° \simeq ٥١٩,٣٦$ نيوتن

جـ) القوة التي تمنع الجسم من الانزلاق هي التي تجعله على وشك الحركة لأسفل

$ق + م_س ر = و جاهـ$

$ق = و جاهـ - م_س ر$

$= ٨٠٠ جا ٢٥° - ٠,٣٥ \times ٨٠٠ جتا ٢٥°$

$ق = ٨٤,٣٣$ نيوتن

(٣) جسم موضوع عند أعلى نقطة من منحدر ارتفاعه ١٢٥ سم ويميل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠° تحرك الجسم في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأسفل ضد مقاومة ثابتة تقدر بربع وزنه احسب سرعة وصول الجسم إلى أسفل نقطة للمستوى وما هي السرعة التي يقذف بها الجسم من أسفل نقطة في الاتجاه المضاد حتى يصل بالكاد إلى قمته

الحل

الجزء الأول [الحركة لأسفل]

ك ء جا ٣٠ - ¼ ك ء = ك ج

ج = ٩,٨ × ½ - ¼ × ٩,٨

∴ ج = ٢,٤٥ م/ث²

ع. = ٠ ، ف = ؟؟

لاحظ أن ارتفاع المستوى ١,٢٥ فيكون طوله المائل = ٢,٥

ضلع مقابل زاوية ٣٠ = ½ الوتر

∴ الوتر = ٢ × ١,٢٥ = ٢,٥

ع² = ع.² + ٢ ج ف

ع² = ٠ + ٢ × ٢,٤٥ × ٢,٥

ع = ٣,٥ م/ث

الجزء الثاني [القذف لأعلى المستوى]

- ك ء جا ٣٠ - ¼ ك ء = ك ج

∴ ج = - ٧,٣٥ م/ث²

ع = ٠ لأنه سيتوقف

ع² = ع.² + ٢ ج ف

٠ = ع.² - ٢ × ٧,٣٥ × ٢,٥

ع.² = ٣٦,٧٥

∴ ع. = ٣,٥ √٣ ≈ ٦ م/ث

---

(٤) تنتقل الصناديق في أحد المصانع بإنزالها على مستوى مائل ينتهي بمستوى أفقي فإذا كان طول المستوى المائل ٤٠ م وزاوية ميله على الأفقي ٣٠° والمقاومة لكل المستويين ⅕ وزن الجسم أوجد سرعة الصناديق عند نهاية المسار بفرض أن سرعته لا تتغير بانتقاله إلى المستوى الأفقي إذا كان طول الجزء الأفقي ١٠ أمتار

الحل

ع. = ٠

٤٠ م ، ١٠ م ، ٣٠°

المقاومة = ⅕ ك ء

= ٠,٢ ك ء

[تنازلي]

• الحركة على المستوى المائل

ك د جا ٣٠° - ٠,٢ ك د = ك جـ

∴ جـ = ٢,٩٤ م/ث²

ع٠ = ٠ ، ف = ٤٠ م

ع² = ع٠² + ٢ جـ ف

ع² = ٠ + ٢ × ٢,٩٤ × ٤٠

ع² = ٢٣٥,٢

وهي السرعة التي انتهى بها الجزء الأول ويبدأ بها الجزء الثاني

• الحركة على المستوى الأفقي

- ٠,٢ ك د = ك جـ

∴ جـ = - ١,٩٦ م/ث²

ع٠² = ٢٣٥,٢ ، ف = ١٠ م

ع² = ع٠² + ٢ جـ ف

= ٢٣٥,٢ - ٢ × ١,٩٦ × ١٠

ع² = ١٩٦

∴ ع = ١٤ م/ث

(٥) قاطرة كتلتها ٣٠ طن تجر عدداً من العربات كتلة كل منها ١٠ طن بقوة آلة مقدارها ٥٦ ث.طن لتصعد بها منحدراً يميل على الأفقي بزاوية ٣٠° بعجلة منتظمة مقدارها ٤٩ سم/ث² فإذا كانت قوة المقاومة لحركة القاطرة والعربات تعدل ١٠ ث.كجم لكل طن من الكتلة فأوجد عدد العربات

الحل

نفرض أن الكتلة الكلية = ك بالطن

∴ الحركة لأعلى

ق - ك د جا هـ - م = ك جـ

٥٦ × ٩,٨ - ك × ٩,٨ × جا ٣٠ - ٠,٠١ × ٩,٨ × ك = ك × ٠,٤٩

٥٦ × ٩,٨ - ٩,٨ × ٠,٠١ ك = ٤,٩ ك + ٠,٤٩ ك

٥٦ × ٩,٨ = ك [٩,٨ × ٠,٠١ + ٤,٩ + ٠,٤٩]

∴ ك = ١٠٠ طن

كتلة العربات = ١٠٠ - ٣٠ = ٧٠ طن

عدد العربات = ٧٠/١٠ = ٧ عربات

الدرس السابع:
حركة مجموعة مكونة من جسمين رأسياً على بكرة ملساء

* النوع الأول

$ك_1 ء - ش = ك_1 جـ$ ← ①

$ش - ك_2 ء = ك_2 جـ$ ← ②

$$جـ = \frac{ك_1 - ك_2}{ك_1 + ك_2} \times ء$$

ض = ٢ ش [الضغط على البكرة]

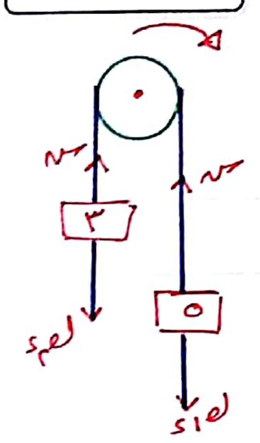
المسافة الرأسية بينهما = ٢ ف

المسائل

① ربط جسمان كتلتاهما ٥ كجم ، ٣ كجم فى نهايتى خيط يمر فوق بكرة صغيرة ملساء وحفظت المجموعة فى حالة اتزان وجزءا الخيط رأسيان إذا تركت المجموعة لتتحرك أوجد

مقدار عجلة الحركة ، الضغط على البكرة.
وعين سرعة الجسم ٥ كجم عندما يكون قد هبط مسافة ٤٠ سم

الحل



$ك_1 ء - ش = ك_1 جـ$ ← ①

$ش - ك_2 ء = ك_2 جـ$ ← ②

بالجمع

$$\therefore جـ = \frac{ك_1 - ك_2}{ك_1 + ك_2} \times ء$$

$$جـ = \frac{٥ - ٣}{٥ + ٣} \times ٩,٨ = ٢,٤٥ \text{ م/ث}^2$$

بالتعويض فى ②

$ش - ٣ \times ٩,٨ = ٣ \times ٢,٤٥$

$ش = ٣ \times ٢,٤٥ + ٣ \times ٩,٨ = ٣٦,٧٥$ نيوتن

$= ٣,٧٥$ ث.كجم

$ض = ٢ش = ٧,٥$ ث.كجم

$\because ع_. = ٠$ ، $جـ = ٢,٤٥$ م/ث² ، $ف = ٠,٤$ م

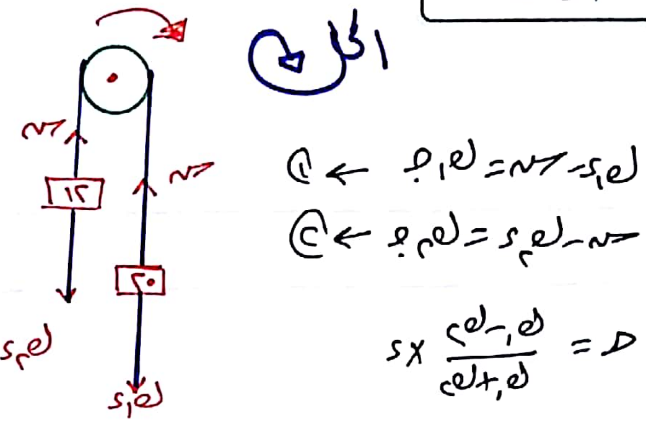
$ع^2 = ع_.^2 + ٢ جـ ف$

$ع^2 = ٢ \times ٢,٤٥ \times ٠,٤$

$\therefore ع = ١,٤$ م/ث

② علق خيط خفيف ثابت الطول على بكرة صغيرة ملساء مثبتة ، ويحمل من طرفيه كتلتين ٢٠ ، ١٢ جم تتدليان رأسياً ، أوجد عجلة حركة المجموعة والشد فى الخيط ، وإذا كانت المجموعة قد بدأت الحركة من سكون ، وقطع الخيط بعد مرور ثانيتين من لحظة بدء الحركة ، عين أقصى ارتفاع تصل إليه الكتلة ١٢ جم عن موضعها الأصلى عند بدء الحركة

الحل



$ك_٢ ء - ش = ك_٢ ج$ ← (١)

$ش - ك_١ ء = ك_١ ج$ ← (٢)

$ج = \frac{ك_٢ - ك_١}{ك_٢ + ك_١} \times ء$

$ج = \frac{٢٠ - ١٢}{٢٠ + ١٢} \times ٩٨٠ = ٢٤٥$ سم/ث²

$ش = ١٢ \times ٢٤٥ + ١٢ \times ٩٨٠ = ١٤٧٠٠$ داين

$= ١٥$ ث.جم

$ج = ٢٤٥$ سم/ث² ، $ع_٠ = ٠$ ، $ن = ٢$

∴ $ع = ع_٠ + ج ن = ٢٤٥ \times ٢$

$ع = ٤٩٠$ سم/ث

← وهتكون ع٠ للجزء الأخير

∴ $ف_١ = ع_٠ ن + \frac{١}{٢} ج ن^٢$

$= ٠ + \frac{١}{٢} \times ٢٤٥ \times ٤ = ٤٩٠$ سم

بعد قطع الخيط تتحرك الكتلة ١٢ لأعلى عكس الجاذبية بعجلة -٩٨٠ سم/ث²

وتكون أقصى ارتفاع $= \frac{ع_٠^٢}{٢ء} = \frac{(٤٩٠)^٢}{٢ \times ٩٨٠}$

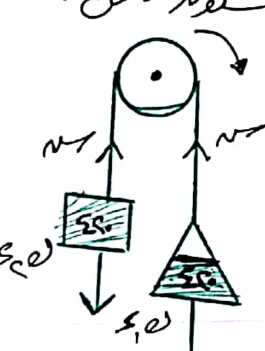
$= ١٢٢.٥$ سم

∴ أقصى ارتفاع تصل إليه الكتلة ١٢ جم هو $ف_١ + ف_م = ٤٩٠ + ١٢٢.٥$

$= ٦١٢.٥$ سم

---

(٣) كتلتان مقدار كل منهما ٤٢٠ جم إحداهما موضوعة في كفة ميزان كتلتها ١٤٠ جم وتحركت المجموعة من السكون فأكمل:



(أ) عجلة الحركة ...... سم/ث²

(ب) الشد في الخيط ...... ث.جم

(جـ) الضغط على محور البكرة ...... ث.جم

(د) الضغط على كفة الميزان ...... ث.جم

الحل

(أ) $ك_١ = ٤٢٠ + ١٤٠ = ٥٦٠$ جم

والحركة في اتجاه كفة الميزان

$ك_١ ء - ش = ك_١ ج$ ← (١)

$ش - ك_٢ ء = ك_٢ ج$ ← (٢)

$ج = \frac{ك_١ - ك_٢}{ك_١ + ك_٢} \times ء$

$ج = \frac{٥٦٠ - ٤٢٠}{٥٦٠ + ٤٢٠} \times ٩٨٠ =$

$= ١٤٠$ سم/ث²

بالتعويض في (٢)

(ب) $ش - ٤٢٠ \times ٩٨٠ = ٤٢٠ \times ١٤٠$

∴ $ش = ٤٧٠٤٠٠$ داين $\div ٩٨٠$

$= ٤٨٠$ ث.جم

(جـ) $ض = ٢ش = ٩٦٠$ ث.جم

الضغط على محور البكرة

(د) لإيجاد الضغط على كفة الميزان

نعتبرها مصعد يهبط لأسفل بعجلة

منتظمة ج = ١٤٠ سم/ث²

والكتلة هنا ٤٢٠ جم

ض = ك (د − ج)

ض = ٤٢٠ (٩٨٠ − ١٤٠) = ٣٥٢٨٠٠ داين ÷ ٩٨٠

ض = ٣٦٠ ث.جم

(٤) جسمان كتلتاهما ٢٦٠ جم ، ٢٣٠ جم مربوطان فى طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء ويتدليان رأسياً ، بدأت المجموعة الحركة من السكون عندما كانت الكتلة الكبرى على ارتفاع ٢٧٠ سم من سطح الأرض ، أوجد عجلة المجموعة والشد فى الخيط والزمن الذى يمضى حتى تصل الكتلة الكبرى للأرض

الحل

ك١ د − ش = ك١ ج ← (١)

ش − ك٢ د = ك٢ ج ← (٢)

ج = (ك١ − ك٢) / (ك١ + ك٢) × د

ج = (٢٦٠ − ٢٣٠) / (٢٦٠ + ٢٣٠) × ٩٨٠ = ٦٠ سم/ث²

بالتعويض فى (٢)

ش = ك٢ ج + ك٢ د = ٢٣٠ × ٦٠ + ٢٣٠ × ٩٨٠

ش = ٢٣٩٢٠٠ داين

∴ ج = ٦٠ سم/ث² ف = ٢٧٠ سم

ع. = ٠ بدأت من سكون

∵ ف = ع. ن + ½ ج ن²

٢٧٠ = ٠ + ½ × ٦٠ ن²

٣٠ ن² = ٢٧٠

ن² = ٩ ∴ ن = ٣ ث

(٥) علقت كتلتان ك١ ، ك٢ جرام (ك١ > ك٢) من طرفى خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء إذا كانت المجموعة تتحرك رأسياً بعجلة ١٩٦ سم/ث² أوجد ك١ : ك٢

الحل

ك١ د − ش = ك١ ج ← (١)

ش − ك٢ د = ك٢ ج ← (٢)

ج = ((ك١ − ك٢) / (ك١ + ك٢)) د

١٩٦ = ((ك١ − ك٢) / (ك١ + ك٢)) × ٩٨٠ ÷ ١٩٦

٥ ((ك١ − ك٢) / (ك١ + ك٢)) = ١

٥ ك١ − ٥ ك٢ = ك١ + ك٢

٥ ك١ − ك١ = ك٢ + ٥ ك٢

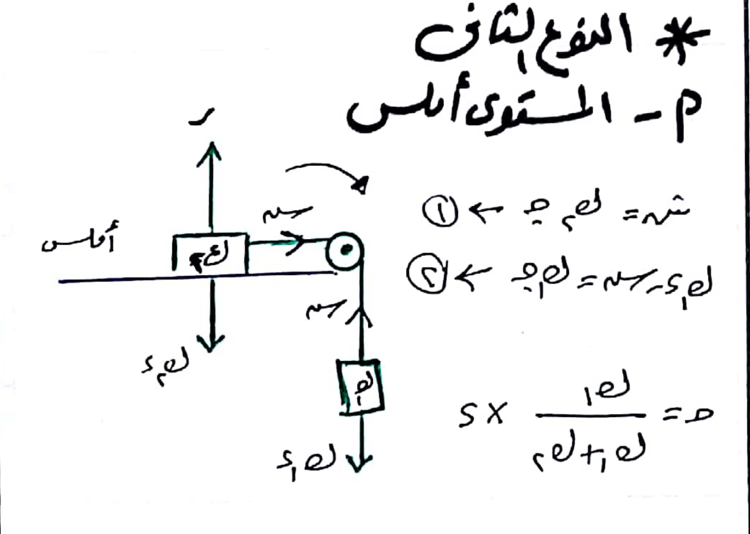
٤ ك١ = ٦ ك٢

∴ ك١ / ك٢ = ٦ / ٤ = ٣ / ٢

الدرس الثامن
تابع البكرات البسيطة أفقى - رأسى

* الفرع الثانى

أ- المستوى أملس



ش = ك١ جـ ← (١)

ك٢ د - ش = ك٢ جـ ← (٢)

$$جـ = \frac{ك_2}{ك_1 + ك_2} \times د$$

ض = $\sqrt{٢}$ ش

ب- المستوى خشن

ش - م ر = ك١ جـ

ش - م ك١ د = ك١ جـ ← (١)

ك٢ د - ش = ك٢ جـ ← (٢)

$$جـ = \frac{ك_2 - م ك_1}{ك_1 + ك_2} \times د$$

ض = $\sqrt{٢}$ ش

تذكير بمعادلات الحركة

ع = ع. + جـ ن	عندما لا توجد مسافة
ف = ع. ن + ½ جـ ن²	عندما لا توجد سرعة نهائية
ع² = ع.² + ٢ جـ ف	عندما لا يوجد زمن

$$جـ = \frac{ع - ع_.}{ن}$$

$$جـ = \frac{ع^2 - ع_.^2}{٢ ف}$$

فى حالة السقوط الحر أو قذف لأعلى

أقصى ارتفاع = $\frac{ع_.^2}{٢ د}$ ← السرعة التى قذف بها

المسائل

(١) فى الشكل المقابل أوجد

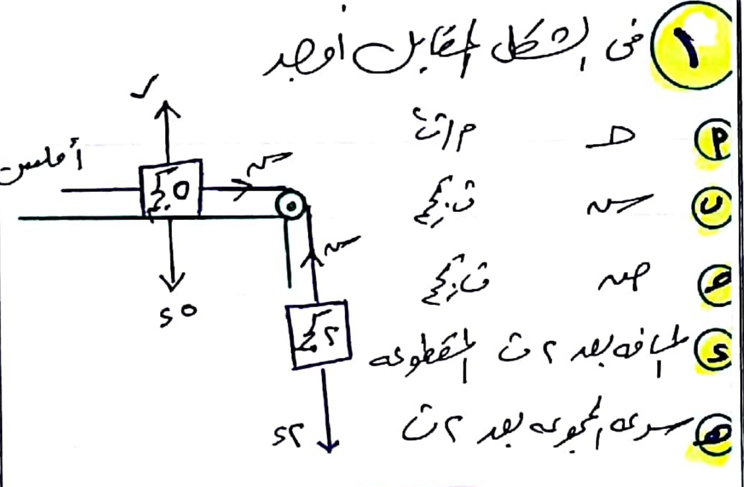
أ) جـ م/ث²

ب) ش ث.كجم

جـ) ض ث.كجم

د) المسافة المقطوعة بعد ٢ ث

هـ) سرعة المجموعة بعد ٢ ث



الحل

أ) ش = ٥ جـ ← (١)

٢د - ش = ٢ جـ ← (٢)

$$جـ = \frac{٢}{٥ + ٢} \times ٩,٨ = ٢,٨ \text{ م/ث}^2$$

ب) ش = ٥ × ٢,٨ = ١٤ نيوتن ÷ ٩,٨

= $\frac{١٠}{٧}$ ث.كجم

جـ) ض = $\sqrt{٢}$ ش = $\frac{١٠}{٧} \times \sqrt{٢}$ = $\frac{١٠\sqrt{٢}}{٧}$ ث.كجم

د) ع. = ٠ ، ع = ؟ ، ن = ٢ث

جـ = ٢,٨ م/ث² ، ف = ؟

ف = ع. ن + ½ جـ ن² = ½ × ٢,٨ × ٤ = ٥,٦ م

(هـ) ع = ع٠ + جـ ن

ع = ٠ + ٩,٨ × ٢ = ١٩,٦ م/ث

---

(٤) وضع جسم كتلته ٦٣ جم على نضد أفقي خشن وربط بخيط أفقي يمر على بكرة ملساء مثبتة عند حافة النضد وربط من الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ٣٥ جم على ارتفاع ٢٨٠ سم من سطح الأرض فإذا كان معامل الاحتكاك الحركي بين الجسم والمستوى الخشن ١/٣ . أوجد السرعة التي تصل بها الكتلة ٣٥ جم إلى سطح الأرض والمسافة التي تتحركها الكتلة ٦٣ جم حتى تسكن

الحل

ر = ٦٣ × ٩٨٠

ش - م ر = ك١ جـ

ك٢ د - ش = ك٢ جـ

جـ = $\frac{٣٥ - \frac{1}{3} × ٦٣}{٦٣ + ٣٥}$ × ٩٨٠

= ١٤٠ سم/ث²

ع٠ = ٠ ، جـ = ١٤٠ سم/ث² ، ف = ٢٨٠ سم

ع² = ع٠² + ٢ جـ ف = ٠ + ٢ × ١٤٠ × ٢٨٠

ع = ٢٨٠ سم/ث

وهي سرعة وصول الكتلة ٣٥ جم لسطح الأرض

وهي سرعة تبدأ بها الكتلة ٦٣ جم الجزء الجديد فنكون

ع٠ = ٢٨٠ سم/ث ، ع = ٠

جـ = - م د = - $\frac{1}{3}$ × ٦٣ × ٩٨٠

جـ = - $\frac{٩٨٠}{٣}$ سم/ث²

ف = $\frac{ع^2 - ع_0^2}{٢ جـ}$ = $\frac{٠ - (٢٨٠)^2}{٢ × (-\frac{٩٨٠}{٣})}$

∴ ف = ١٢٠ سم

---

(٥) وضع جسم كتلته ٣٥ جرام على نضد أفقي أملس وربط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء مثبتة في حافة النضد ويحمل طرفه الآخر جسماً كتلته ١٤ جرام رأسياً.

(أ) أوجد العجلة المشتركة - الشد في الخيط والضغط على محور البكرة بـ ث.جم.

(ب) إذا قطع الخيط بعد ١,٥ ثانية من بدء الحركة أوجد المسافة التي قطعها كل من الجسمين بعد ½ ثانية من لحظة قطع الخيط

الحل

ك٢ د - ش = ك٢ جـ ← (١)

ش = ك١ جـ ← (٢)

جـ = $\frac{ك_2}{ك_1 + ك_2}$ × د

= $\frac{١٤}{٣٥ + ١٤}$ × ٩٨٠

∴ جـ = ٢٨٠ سم/ث²

في (٢) ش = $\frac{٣٥ × ٢٨٠}{٩٨٠}$ = ١٠ ث.جم

$ص = ٢ ش = ١٠ ٢$ ث.جم

ثانياً حساب الحركة بعد ١,٥ ث

$ع_٠ = ٠$ $ن = ١,٥$ $ج = ٢٨٠$ سم/ث²

$ع = ع_٠ + ج ن$

$= ٢٨٠ × ١,٥ = ٤٢٠$ سم/ث

* الكتلة ١٤ جرام ستتحرك لأسفل بعد قطع الخيط بعجلة ستصبح ٩٨٠ سم/ث²

$ف = ع_٠ ن + \frac{١}{٢} ج ن^٢$

$= ٤٢٠ × \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} × ٩٨٠ × \frac{١}{٤} = ٣٣٢,٥$ سم

اما بالنسبة للكتلة ٣٥ جرام فستتحرك بسرعة منتظمة

$ف = ع × ن = ٤٢٠ × \frac{١}{٢} = ٢١٠$ سم

---

(٦) كتلتان ٥، ٤ كجم مربوطتان فى طرفى خيط وموضوعتان على مستوى أفقى أملس والكتلة ٥ كجم متصلة بخيط يمر على بكرة ملساء مثبتة فى نهاية المستوى ومثبت فى الطرف الخالى للخيط كتلة قدرها كجم واحد معلقة رأسياً. بدأت المجموعة فى الحركة من السكون. اوجد العجلة المشتركة والشد فى كل من الخيطين والضغط على البكرة.

الحل

معادلات الحركة للكتل الثلاث

$١ × ٩,٨ - ش_١ = ١ × ج$

$ش_١ - ش_٢ = ٥ × ج$

$ش_٢ = ٤ ج$

بالجمع

$١٠ ج = ٩,٨$

$\therefore ج = ٠,٩٨$ م/ث²

من (١)

$ش_١ = ٠,٩٨ - ٩,٨$

$ش_١ = ٨,٨٢$ نيوتن $= ٠,٩$ ث.كجم

، $ش_٢ = ٤ × ج$

$ش_٢ = ٤ × ٠,٩٨ = ٣,٩٢$ نيوتن $= ٠,٤$ ث.كجم

الضغط على محور البكرة $= ٢ ش_١ = ٠,٩ ٢$ ث.كجم

---

(٧) جسم كتلته ٦٠ جم موضوع على مستوى أفقى خشن، ومربوط بخيط يمر على بكرة ملساء عند حافة المستوى ومعلق بالطرف الخالى للخيط جسم كتلته ٣٨ جم، فإذا تحركت المجموعة من السكون وقطعت مسافة ٧٠ سم فى ثانية واحدة، فاحسب معامل الاحتكاك وإذا قطع الخيط عندئذٍ،

فاحسب المسافة التي تتحركها الكتلة الأولى بعد ذلك على المستوى حتى تسكن

الحل

ر = ٦٠ × ٩٨٠

= ٥٨٨٠٠ داين

∵ م = م_ك ر

= ٥٨٨٠٠ م_ك

ع₀ = ٠ ف = ٧٠ سم ن = ١

ف = ع₀ ن + ½ جـ ن²

٧٠ = ½ جـ × ١

∴ جـ = ١٤٠ سم/ث²

معادلات الحركة

ك₁ د − ش = ك₁ جـ

ش − م_ك ر = ك₂ جـ

جـ = ((ك₁ − م_ك ك₂) / (ك₁ + ك₂)) × د

١٤٠ = ((٣٨ − ٦٠ م_ك) / (٦٠ + ٣٨)) × ٩٨٠

٣٨ − ٦٠ م_ك = (٩٨ × ١٤٠) / ٩٨٠ = ١٤

−٦٠ م_ك = ١٤ − ٣٨

م_ك = ٢/٥

ع = ع₀ + جـ ن = ٠ + ١٤٠ = ١٤٠ سم/ث

بعد قطع الخيط

معادلة حركة الجسم ٦٠ جم

٠ − ٥٨٨٠٠ × ٢/٥ = ٦٠ جـ

∴ جـ = −٣٩٢ سم/ث²

ع² = ع₀² + ٢ جـ ف

ف = (ع² − ع₀²) / (٢ جـ) = (٠ − (١٤٠)²) / (٢ × (−٣٩٢))

= ٢٥ سم

الدرس التاسع: المستوى المائل

* النوع الثالث

ملحوظة بسيطة

في البداية نعمل مقارنة

بين

$ك_١ ء$ ، $ك_٢ ء جاهـ$

اللي تطلع أكبر تكون الحركة في اتجاهه

أ- إذا كان المستوى أملس

$ك_١ ء - ش = ك_١ ج$ ← (١)

$ش - ك_٢ ء جاهـ = ك_٢ ج$ ← (٢)

$$ج = \frac{ك_١ - ك_٢ جاهـ}{ك_١ + ك_٢} \times ء$$

$$ض = ش \sqrt{٢(١ + جاهـ)}$$

المسافة الرأسية بينهما = ف (١ + جاهـ)

ب- إذا كان المستوى خشن

$ك_١ ء - ش = ك_١ ج$ ← (١)

$ش - ك_٢ ء جاهـ - م ر = ك_٢ ج$

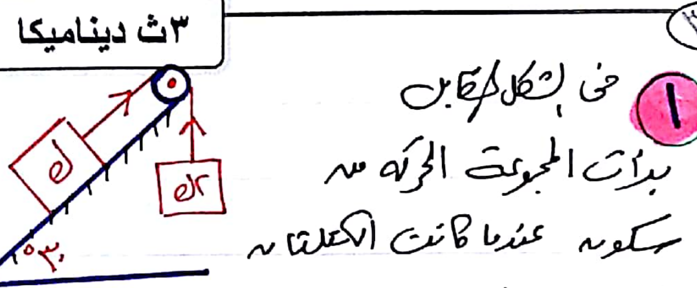
$ش - ك_٢ ء جاهـ - م ك_٢ ء جتاهـ = ك_٢ ج$ ← (٢)

$$ج = \frac{ك_١ - ك_٢ جاهـ - ك_٢ جتاهـ م}{ك_١ + ك_٢} \times ء$$

$$ض = ش \sqrt{٢(١ + جاهـ)}$$

---

(١) في الشكل المقابل



بدأت المجموعة الحركة من سكون عندما كانت الكتلتان في مستوى أفقي واحد فإنه عندما تقطع كل منهما مسافة ٢٠ سم يصبح البعد الرأسي بينهما ---- سم

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (ج) ٣٠ (د) ٤٠

المسافة الرأسية = ف (١ + جاهـ)

= ٢٠ (١ + جا ٣٠) = ٣٠ سم

---

(٢) مستوى مائل أملس يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{٣}{٤}$ وضع عليه جسم كتلته ٢١٠ جم وربط بخيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء عند قمة المستوى ويحمل في طرفه كفة ميزان كتلتها ٧٠ جم وعليها جسم كتلته ٢١٠ جم ، إذا بدأ المجموعة حركتها من سكون ثم أوجد الشد في الخيط والضغط على الكفة بوحدة ث.جم وكذلك الضغط على محور البكرة

الحل

الكتلة الرأسية = ٢١٠ + ٧٠ = ٢٨٠ جم

$٢٨٠ ء > ٢١٠ ء \times \frac{٣}{٤}$ ∴ الحركة في اتجاه الكتلة الرأسية

$ش - ٢١٠ ء جاهـ = ٢١٠ ج$ ← (١)

$٢٨٠ ء - ش = ٢٨٠ ج$ ← (٢)

$$ج = \frac{٢٨٠ - ٢١٠ \times \frac{٣}{٤}}{٢١٠ + ٢٨٠} \times ٩٨٠ = ٢٨٠ \text{ سم/ث}^٢$$

∴ $ش - ٢١٠ × ٢١٠ = ٢١٠ ج$

$ش = ٢١٠ × ٢٨٠ + ٢١٠ × ٩٨٠ × \frac{٤}{٣}$

$ش = ١٩٦٠٠٠$ داين $= ٢٠٠$ ث.جم

٢/ ايجاد الضغط على الكفة [مصعد نازل]

$ض = ك (د - ج)$

$= ٢١٠ (٩٨٠ - ٢٨٠) = \frac{١٤٧٠٠٠}{٩٨٠}$

$= ١٥٠$ ث.جم

٣/ ايجاد الضغط على محور البكرة

$ض = ش \sqrt{٢ (١ + جتا هـ)}$

$ض = ٢٠٠ \sqrt{٢ (١ + \frac{٤}{٣})} = ٣٦٥,١٥$ ث.جم

---

٣ فى الشكل المقابل

جسمين أملسين بدأ من سكون

أوجد

عجلة الحركة والمسافة الرأسية بين الجسمين بعد ثانية واحدة من بدء الحركة

الحل

معادلتا الحركة هما

$٤٠ د جا ٣٠ - ش = ٤٠ ج$ ← ①

$ش - ٣٠ د جا ٣٠ = ٣٠ ج$ ← ②

$١٠ د جا ٣٠ = ٧٠ ج$

∴ $ج = \frac{١٠ × ٩٨٠ × جا ٣٠}{٧٠} = ٧٠$ سم/ث²

$ع. = ٠$ $\quad$ $ج = ٧٠$ سم/ث² $\quad$ $ن = ١$

$ف = ع. ن + \frac{١}{٢} ج ن^٢$

$ف = \frac{١}{٢} × ٧٠ × ١ = ٣٥$ سم

المسافة الرأسية بينهما

كل ضلع مقابل لزاوية ٣٠° $= \frac{١}{٢} × ٣٥$ لكل جسم

∴ مجموع المسافتين $= ٢ × \frac{١}{٢} × ٣٥ = ٣٥$ سم

---

٤ فى الشكل المقابل

قياس الزاوية بين فرعى الخيط = ١٢٠° ، ش مقدار الشد فى كل فرع

فإن مقدار الضغط على محور البكرة = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ ش $\quad$ (ب) ش $\quad$ (ج) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ش $\quad$ (د) ٢ش

فاكر قانون محصلة قوتين متساويتين

$ح = ض = ٢ ش جتا \frac{هـ}{٢} = ٢ ش جتا \frac{١٢٠}{٢} = ش$

---

٥ فى الشكل المقابل

إذا تحركت المجموعة من سكون فإن مقدار الضغط على محور البكرة = ...

(أ) ٢ش $\quad$ (ب) $\sqrt{٢}$ ش

(ج) $ش \sqrt{٢ (١ + جا هـ)}$ $\quad$ (د) $\sqrt{٣}$ ش

٦ في الشكل المقابل المستوى أملس والبكرة ملساء عند تحريك هذه المجموعة فإن عجلة الحركة = ---- م/ث²

الحل

$ج = \frac{ك - ك جا ٣٠}{ك + ك} \times ٩٫٨$

$ج = \frac{\frac{١}{٢}ك}{٢ك} \times ٩٫٨ = ٢٫٤٥$ م/ث²

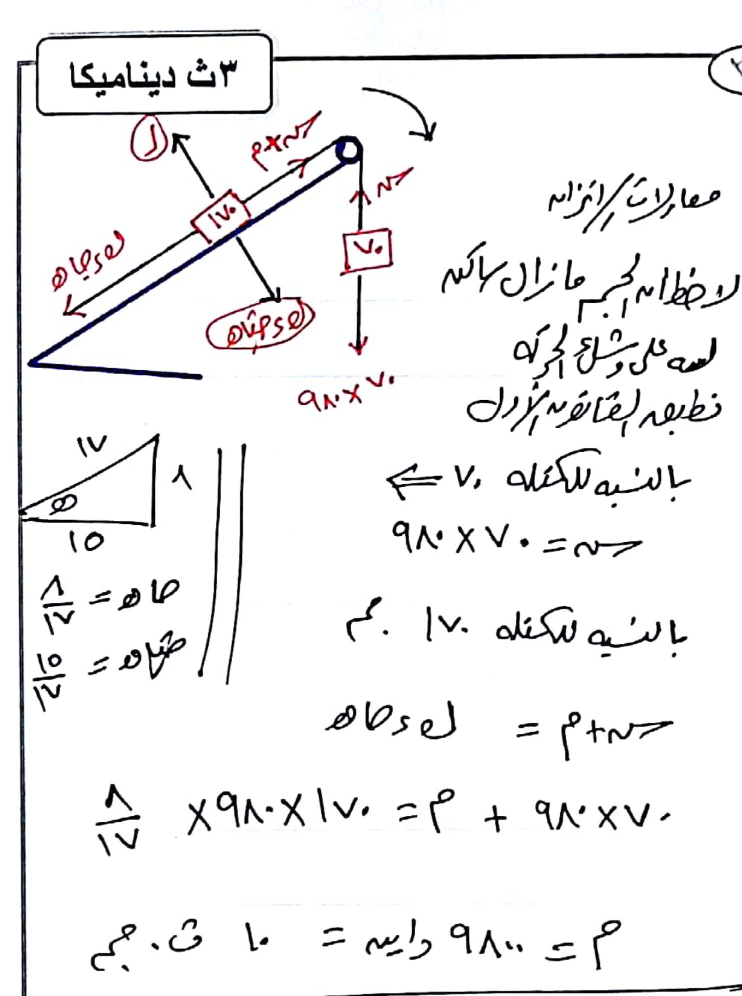
---

٧ جسم كتلته ١٧٠ جم موضوع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{٨}{١٧}$ ثم ربط بخيط يمر على بكرة ملساء عند قمة المستوى ويتدلى من الطرف الخالص للخيط ثقل ما، فإذا كان أقل ثقل يلزم تعليقه من هذا الطرف للخيط لحفظ توازن الجسم على المستوى هو ٧٠ ث.جم أوجد مقاومة المستوى بثقل الجرام وإذا علق من الطرف الخالص للخيط ثقل قدره ١٩٤ جرام أوجد عجلة المجموعة بفرض ثبوت المقاومة في الحالتين

الحل

∵ ٧٠ ث.جم هو أقل ثقل يحفظ توازن الجسم على المستوى

∴ الجسم على المستوى يكون على وشك الحركة لأسفل



معادلات الاتزان

لأن طالما الجسم مازال ساكناً لكنه على وشك الحركة نطبق القانون للنزول

بالنسبة للكتلة ٧٠ ⇐ ش = ٧٠ × ٩٨٠

بالنسبة للكتلة ١٧٠ جم

ش + م = ك ء جاهـ

$٧٠ \times ٩٨٠ + م = ١٧٠ \times ٩٨٠ \times \frac{٨}{١٧}$

م = ٩٨٠٠ داين = ١٠ ث.جم

جاهـ = $\frac{٨}{١٧}$ ، جتاهـ = $\frac{١٥}{١٧}$

عند تغيير الكتلة ٧٠ جم إلى ١٩٤ جرام

∵ $١٩٤ > ١٧٠ \times \frac{٨}{١٧}$

∴ حركة الكتلة ١٩٤ جم لأسفل

كرة بداية الحركة

∴ معادلات الحركة هي

٩٨٠ × ١٩٤ − ش = ١٩٤ ج

$ش - ١٧٠ \times ٩٨٠ \times \frac{٨}{١٧} - ٩٨٠٠ = ١٧٠ ج$

بالجمع: ١١١٧٢٠ − ٩٨٠٠ = ٣٦٤ ج

∴ ج = ٢٨٠ سم/ث²

الوحدة الثالثة
الدفع والتصادم

١) د = ق × ن   نيوتن . ث / داين . ث

٢) $د = \int_{ن_1}^{ن_2} ق \, ءن$ = المساحة تحت منحنى (ق - ن)

٣) القوة الدفعية $ق = \frac{د}{ن}$

عندما يذكر قوة وزمن تأثير يبقى المطلوب الدفع

٤) الدفع = التغير في كمية الحركة

$ق \times ن = ك (ع_2 - ع_1)$

٥) إذا سقط جسم على سطح الأرض

ر = ق + و

ويكون ق أصغر من ر

٦) إذا قذف جسم لأعلى

ر = ق - و   ق = ر + و

ويكون ق أكبر من ر

٧) إذا اصطدم جسم بحائط رأسي

ر = ق

٨) مجموع كميتي الحركة بعد التصادم = مجموع كميتي الحركة قبل التصادم

٩) $ك_1 ع_1 + ك_2 ع_2 = ك_1 ع_1' + ك_2 ع_2'$

١٠) عندما يتحرك الجسمان كجسم واحد بعد التصادم

$ك_1 ع_1 + ك_2 ع_2 = (ك_1 + ك_2) ع'$

١١) دفع الكرة الأولى على الثانية = التغير في كمية حركة الكرة الثانية

مسائل على الدفع والتصادم

١) أثرت قوة على جسم كتلته ١٥٠ جم يتحرك بسرعة ٢٠ سم/ث فغيرت سرعته إلى ١٠ سم/ث في عكس اتجاه حركته الأولى . أوجد مقدار دفع هذه القوة على الجسم .

الحل

الدفع = مقدار التغير في كمية الحركة

$= ك (ع_2 - ع_1)$

ك = ١٥٠ جم $ع_2$ = ١٠ سم/ث

$ع_1$ = - ٢٠ سم/ث

أخذنا الإشارة $ع_2$ + و $ع_1$ - لأنها عكس الاتجاه

د = ١٥٠ (١٠ - (-٢٠)) = ٤٥٠٠ جم.سم/ث

(٢) أثرت $\vec{ق}_1 = أ\,\vec{س} - \vec{ص}$ ، $\vec{ق}_2 = ٣\,\vec{س} + ب\,\vec{ص}$ ، $\vec{ق}_3 = أ\,\vec{س} + ٢\,\vec{ص}$ على جسم لمدة $\frac{1}{2}$ ثانية. وكان متجه دفعها $\vec{د} = ٢\,\vec{س} + ٤\,\vec{ص}$ فأوجد قيمتي أ ، ب

الحل

$\vec{ق} = \vec{ق}_1 + \vec{ق}_2 + \vec{ق}_3$

$\vec{ق} = (٢أ + ٣)\,\vec{س} + (١ + ب)\,\vec{ص}$

∵ $\vec{د} = \vec{ق} \times ن$

$٢\,\vec{س} + ٤\,\vec{ص} = \frac{1}{2}(٢أ + ٣)\,\vec{س} + \frac{1}{2}(١ + ب)\,\vec{ص}$

∴ $\frac{1}{2}(٢أ + ٣) = ٢$

$٢أ + ٣ = ٤$ ∴ $٢أ = ١$

∴ $أ = \frac{1}{2}$

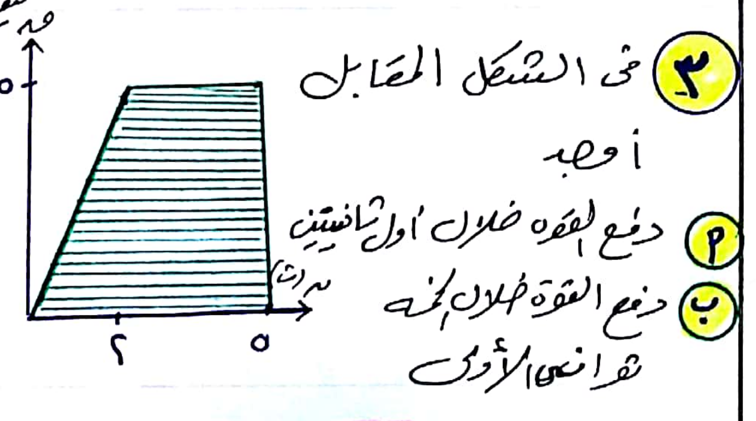
$\frac{1}{2}(١ + ب) = ٤$

$١ + ب = ٨$ ∴ $ب = ٧$

(٣) في الشكل المقابل أوجد

(أ) دفع القوة خلال أول ثانيتين

(ب) دفع القوة خلال الخمس ثواني الأولى



الحل

الدفع = المساحة تحت المنحنى

(أ) خلال أول ثانيتين = مساحة مثلث

$= \frac{1}{2} \times ٢ \times ٥ = ٥$ نيوتن.ث

(ب) خلال الخمس ثواني = مساحة شبه المنحرف

$= \frac{\text{مجموع القاعدتين المتوازيتين}}{٢} \times \text{الارتفاع}$

$= \frac{٣ + ٥}{٢} \times ٥ = ٢٠$ نيوتن.ث

ملحوظة: الدفع = $\int_{ن_1}^{ن_2} ق\, د(ن)$

متكامل

* طيب إذا قال خلال الثانية الرابعة يبقى الحدود $\int_{٣}^{٤} ق\, د(ن)$
* خلال الخامسة $\int_{٤}^{٥} ق\, د(ن)$ وهكذا

(٤) كرة من المطاط كتلتها ٥٠٠ جم تتحرك أفقياً في خط مستقيم اصطدمت بحائط رأسي وارتدت بسرعة ١٠٠ سم/ث على نفس المستقيم فإذا كان متوسط القوة بينها وبين الحائط ١٠ ث.كجم وزمن التلامس $\frac{1}{٢٠}$ ث. فأوجد سرعة الكرة قبل لحظة الاصطدام بالحائط مباشرة.

الحل

ق × ن = ك (ع٢ - ع١)

ع٢ = ١٥٠ سم/ث = ١,٥ م/ث   ع١ = − لأنها في عكس الاتجاه

- × - = +   ق × ن = ك (ع٢ + ع١)

١٠ × ٩,٨ × ١/٥٠ = ٠,٥ (١,٥ + ع١)

(١,٥ + ع١) = ٣,٩٢

ع١ = ٣,٩٢ - ١,٥ = ٢,٤٢ م/ث

---

(٥) مدفع سريع الطلقات يطلق الرصاصات رأسياً لأعلى كتلة الواحدة ٥٠٠ جم فإذا كان متوسط قوة دفع الغازات في إسطوانة المدفع على الرصاصة هو ٢٥٠ نيوتن وتؤثر على الرصاصة لمدة ٠,٢ ث حتى لحظة خروجها . احسب سرعة خروج الرصاصة من فوهة المدفع

الحل

د = ق × ن = ك (ع٢ - ع١)

٢٥٠ × ٠,٢ = ٠,٥ (ع٢ - ٠)

٥٠ = ٠,٥ ع٢

∴ ع٢ = ١٠٠ م/ث

---

(٦) كرة من الصلصال كتلتها ١ كجم سقطت من ارتفاع ٤٠ سم على ميزان ضغط وكان زمن الصدمة = ١/٧ ث فاوجد قراءة الميزان علماً بأن الكرة لم ترتد.

الحل

ع٠ = ٠   ء = ٩,٨ م/ث٢   ف = ٤٠ سم

ع٢ = ع٠٢ + ٢ ء ف

= ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٠,٤٠

ع = ٢,٨ م/ث

∴ ق × ن = ك (ع - ع٠)

ق × ١/٧ = ١ (٢,٨ - ٠)

∴ مقدار القوة الدفعية = ١٩,٦ نيوتن

= ٢ ث.كجم

تذكر ر = ق + و

∴ قراءة الميزان = ٢ + ١ = ٣ ث.كجم

---

(٧) كرة ملساء كتلتها ٣ كجم تتحرك أفقياً بسرعة ١٣ م/ث صدمت كرة أخرى ملساء كتلتها ٢ كجم تتحرك بسرعة ٣ م/ث في نفس اتجاه حركة الأولى فتحركتا معاً بعد التصادم أوجد السرعة المشتركة لهما.

الحل

ك١ = ٣ كجم   ع١ = ١٣ م/ث   عَ = ?

ك٢ = ٢ كجم   ع٢ = ٣ م/ث   عَ = ?

ك١ع١ + ك٢ع٢ = (ك١ + ك٢) عَ

٣ × ١٣ + ٢ × ٣ = (٣ + ٢) عَ

٤٥ = ٥ عَ

∴ عَ = ٤٥/٥ = ٩ م/ث

في نفس اتجاه حركتها قبل التصادم .

٨ كرتان ملساوتان كتلتاهما ٤٠ جم ، ١٢٠ جم تتحركان على سطح أفقي أملس في اتجاهين متضادين الأولى بسرعة ٩ م/ث والثانية ٦ م/ث فإذا تصادمتا وارتدت الثانية بعد التصادم بسرعة ٣ م/ث أوجد

(أ) سرعة الكرة الأولى بعد التصادم

(ب) القيمة المتوسطة لمقدار القوة التي أثرت بها الكرة الثانية على الأولى إذا علم أن زمن الصدمة $\frac{1}{18}$ ث .

الحل

(+) ←

ك١ = ٤٠ جم ، ع١ = ٩ م/ث ، ع١َ = ?

ك٢ = ١٢٠ جم ، ع٢ = −٦ م/ث ، ع٢َ = ٣ م/ث

ك١ع١ + ك٢ع٢ = ك١ع١َ + ك٢ع٢َ

٤٠ × ٩ − ١٢٠ × ٦ = ٤٠ ع١َ + ١٢٠ × ٣

− ٧٢٠ = ٤٠ ع١َ

∴ ع١َ = − ١٨ م/ث

أي ١٨ م/ث في عكس الاتجاه [ارتدت]

∵ ق × ن = ك (ع١َ − ع١)

ق × $\frac{1}{18}$ = $\frac{40}{1000}$ (−١٨ − ٩)

∴ ق = − ١٩,٤٤ نيوتن

أي أن مقدار القوة الدافعة = ١٩,٤٤ نيوتن

٩ أسقطت مطرقة رأسياً كتلتها طن واحد من ارتفاع ٤,٩ م على عمود من أعمدة الأساس كتلته ٤٠٠ كجم فحركته رأسياً في الأرض مسافة ١٠ سم عين السرعة المشتركة للمطرقة والعمود بعد الاصطدام مباشرة وكذلك مقاومة الأرض بـ ث.كجم

الحل

* تعيين سرعة المطرقة قبل التصادم مباشرة

ع٠ = ٠ ، د = ٩,٨ م/ث٢ ، ف = ٤,٩ م

ع٢ = ع٠٢ + ٢ د ف

= ٢ × ٩,٨ × ٤,٩

∴ ع = ٩,٨ م/ث

المطرقة: ك١ = ١٠٠٠ كجم ، ع١ = ٩,٨ م/ث ، ع١َ =

العمود: ك٢ = ٤٠٠ كجم ، ع٢ = ٠ ، عَ =

ك١ع١ + ك٢ع٢ = (ك١ + ك٢) عَ

١٠٠٠ × ٩,٨ + ٠ = ١٤٠٠ عَ

∴ عَ = ٧ م/ث

الجزء الثاني وهو الحركة داخل الأرض

ع٠ = ٧ م/ث ، ع = ٠ ، ف = ٠,١ م

د = $\frac{ع^2 - ع_0^2}{2 ف}$ = $\frac{0 - 49}{2 \times 0.1}$ = − ٢٤٥ م/ث٢

ك ء − م = ك جـ

$ك ١٤٠٠ \times (-٢٤٠) = م - ٩٫٨ \times ١٤٠٠$

$- م = - ٣٥٦٧٢٠$

∴ م = ٣٦٤٠٠ ث.كجم

---

١٠) $\overleftrightarrow{أجـ}$ خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية ٣٠° حيث أ هي النقطة العليا ، أجـ = ١٤٫٤ م ، ب منتصف $\overline{أجـ}$ وضعت كرة ملساء كتلتها ٣ جم عند أ فتحركت في اتجاه $\overrightarrow{أجـ}$ واصطدمت عند ب بكرة أخرى ملساء ساكنة لحظياً كتلتها ١ جم فإذا كونت الكرتان بعد التصادم جسماً واحداً . أوجد سرعة هذا الجسم عند جـ

الحل

معادلة حركة الكتلة ٣جم هي

ك د جاهـ = ك جـ

∴ جـ = د جاهـ = ٤٫٩ م/ث²

ع. = ٠ ، جـ = ٤٫٩ م/ث² ، ف = ٧٫٢ م/ث

ع² = ع.² + ٢ جـ ف

$= ٠ + ٢ \times ٤٫٩ \times ٧٫٢$

∴ ع = ٨٫٤ م/ث وهي سرعة الكرة قبل التصادم مباشرة

ك١ = ٣جم ، ك٢ = ١جم

ع١ = ٨٫٤ م/ث ، ع٢ = ٠ ساكنة لحظياً

عَ١ = ، عَ٢ =

ك١ع١ + ك٢ع٢ = (ك١ + ك٢) عَ

$٣ \times ٨٫٤ + ٠ = ٤$ عَ

∴ عَ = ٦٫٣ م/ث

لتعيين سرعة لحظة وصولها عند جـ

ع. = ٦٫٣ م/ث ، جـ = ٤٫٩ م/ث² لأنه د = د جاهـ مستوى أملس

ف = ٧٫٢ م ، وسقوط تحت تأثير وزنه فقط

∴ ع² = ع.² + ٢ جـ ف

$ع^2 = (٦٫٣)^2 + ٢ \times ٤٫٩ \times ٧٫٢$

∴ ع = ١٠٫٥ م/ث

---

١١) هبطت عربة سكة حديد كتلتها ٢٠ طن من السكون على منحدر يصنع مع الأفقي زاوية جيبها $\frac{١}{٧٠}$ ضد مقاومات قدرها ١٤ ث.كجم لكل طن من الكتلة فوصلت إلى أسفل المنحدر بعد أن قطعت مسافة ٣٥٠ م عليه وعند أسفل المنحدر اصطدمت بعربة أخرى ساكنة ومساوية لها في الكتلة فسارت العربتان معاً كجسم واحد

على طريق أفقي فإذا سكنت العربتان بعد دقيقة واحدة من لحظة تصادمهما أوجد المسافة الأفقية التي تحركتها العربتان معاً

الحل

معادلة حركة العربة على المنحدر

$ك د جاهـ - م = ك جـ$

$\therefore ٢٠٠٠٠ \times ٩,٨ \times \frac{١}{٧٠} - ١٤ \times ٢٠ \times ٩,٨ = ٢٠٠٠ جـ$

$\therefore جـ = \frac{٧}{٢٥٠٠}$ م/ث^٢

حساب سرعة وصول العربة لقاع المنحدر $ع$

$ع_. = ٠$ $ف = ٣٥٠$م $جـ = \frac{٧}{٢٥٠٠}$

$ع^٢ = ع_.^٢ + ٢ جـ ف$

$ع^٢ = ٢ \times \frac{٧}{٢٥٠٠} \times ٣٥٠ = \frac{٤٩}{٢٥}$

$\therefore ع = ١,٤$ م/ث

من التصادم [غير مرن]

$ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = (ك_١ + ك_٢) \acute{ع}$

$٢٠٠٠٠ \times ١,٤ = ٤٠٠٠٠ \acute{ع}$

$\therefore \acute{ع} = ٠,٧$ م/ث

بعد التصادم

$ع_. = ٠,٧$ م/ث $ع = ٠$ $ن = ٦٠$ث

$جـ = \frac{ع - ع_.}{ن} = \frac{٠ - ٠,٧}{٦٠} = \frac{-٠,٧}{٦٠}$ م/ث^٢

$ف = \frac{ع^٢ - ع_.^٢}{٢ جـ} = \frac{٠ - (٠,٧)^٢}{\left(٢ \times \frac{-٠,٧}{٦٠}\right)}$

$\therefore ف = ٢١$م

الوحدة الرابعة
الشغل - الطاقة - القدرة

أولاً الشغل

① $شـ = \vec{ق} \odot \vec{ف} = ق . ف\ جتاهـ$

② إذا تحرك الجسم على مستوى أفقي خشن مسافة ف فإن الشغل المبذول من

③ من القوة = ق جتاهـ ف

④ من المقاومة = − م × ف

⑤ من الوزن = صفر لأنه عمودي على اتجاه الحركة

⑥ من القوة المحصلة

= ح ف = (ق جتاهـ − م) ف

⑦ إذا سقط جسم لأسفل فإن الشغل المبذول من وزنه = و ف

⑧ إذا قذف لأعلى فإن الشغل المبذول من وزنه = − و ف

⑨ الشغل المبذول من مركبة الوزن = ± و جاهـ ل

= ± و (ل جاهـ) = ± و × الارتفاع الرأسي

لاحظ أن ل جاهـ = الارتفاع الرأسي

طول المستوى × جاهـ

الشغل المبذول من قوة متغيرة

$شـ = \int_{أ}^{ب} ق\ د ف$ = المساحة تحت المنحنى ق(ف)

وحدات الشغل

جول = نيوتن . م = وات . ث

الإرج = داين . سم

١ جول = 10^{7} إرج

١ جول للتحويل إلى كيلووات . س تقسم على (36×10^{5})

للتحويل من كيلووات.س إلى جول × 36×10^{5}

مسائل على الشغل

① أثرت القوى $\vec{ق_1} = 4\vec{س} + 3\vec{ص}$

$\vec{ق_2} = 2\vec{س} - 4\vec{ص}$

$\vec{ق_3} = 3\vec{س} - \vec{ص}$

على جسم فحركته من أ (٢، ٣) إلى ب (٤، ٤) احسب الشغل المبذول من محصلة هذه القوى خلال $\overline{أب}$

الحل

$\vec{ح} = \vec{ق_1} + \vec{ق_2} + \vec{ق_3} = 9\vec{س} - 2\vec{ص}$

$\vec{أب} = \vec{ب} - \vec{أ} = (2، 1)$

$شـ = \vec{ح} . \vec{أب} = (9، -2) . (2، 1)$

= ١٨ − ٢ = ١٦ وحدة شغل

(٢) عربة ترام ساكنة شدت بحبل يصنع مع شريط الترام زاوية ٦٠° فإذا كانت قوة الشد ٥٠٠ ث.كجم وتحركت بعجلة ٥ سم/ث² لمدة ٣٠ ث احسب الشغل الذى تبذله قوة الشد

الحل

ع. = ٠ ، ج = ٠٫٠٥ م/ث² ، ن = ٣٠ ث

(٥٠٠ ث.كجم ، ٦٠° ، ج = ٥ سم/ث²)

لإيجاد المسافة المقطوعة

ف = ع. ن + ½ ج ن²

= ٠ + ½ × ٠٫٠٥ × (٣٠)² = ٢٢٫٥ م

شغ = (ق جتا ٦٠) ف

= ٥٠٠ × ٩٫٨ × ½ × ٢٢٫٥

= ٥٥١٢٥ جول

---

(٣) احسب بالجول مقدار الشغل اللازم بذله لرفع ٥ م³ من الماء لارتفاع ١٠ م

الحل

كتلة ٥ م³ من الماء = ٥ × ١٠٠٠ = ٥٠٠٠ كجم

شغ = ك د ل

= ٥٠٠٠ × ٩٫٨ × ١٠ = ٤٩٠٠٠٠ جول

---

(٤) عامل بناء كتلته ٧٠ كجم يحمل على كتفه كمية من الطوب صاعداً أعلى سلم ارتفاع قمته ١٢ متراً عن الأرض فإذا بذل شغلاً ١١٧٦٠ جول حتى وصل إلى قمة السلم أوجد كتلة الطوب

الحل

نفرض أن كتلة الرجل + الطوب = ك

∴ شغ = ك د ل

ك × ٩٫٨ × ١٢ = ١١٧٦٠

ك = ١٠٠ كجم

∴ كتلة الطوب = ١٠٠ − ٧٠ = ٣٠ كجم

---

(٥) وضع جسم كتلته ٥ كجم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية ظلها ٧/٢٤ وأثرت عليه قوة فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى فحركته لأعلى المستوى بسرعة منتظمة مسافة ٧٥ سم. فإذا كان معامل الاحتكاك ٥/١٢ أوجد

(أ) مقدار الشغل المبذول ضد مقاومة المستوى.

(ب) مقدار الشغل المبذول من القوة.

الحل

(ر ، م ر + ك د جا هـ ، ق ، ك د جتا هـ ، هـ)

(٢٥ ، ٧ ، ٢٤)

جا هـ = ٧/٢٥ ، جتا هـ = ٢٤/٢٥

∴ ر = ك د جتا هـ = ٥ × ٩٫٨ × ٢٤/٢٥ = ٤٧٫٠٤ نيوتن

∴ الشغل المبذول ضد المقاومة

= م ر ف = ٥/١٢ × ٤٧٫٠٤ × ٠٫٧٥

= ١٤٫٧ جول

∵ ق = ك د جا هـ + م ر [لأنه بسرعة منتظمة]

∴ ق = ٣٣٫٣٢ نيوتن

∴ الشغل المبذول من القوة = ٣٣٫٣٢ × ٠٫٧٥ = ٢٤٫٩٩ جول

(٦) اثرت قوة متغيرة ق (بالداين) على جسم حيث ق تتغير مع العلاقة

ق = ٤ ف^{٣} - ٢ ف + ١ ف ← سم

اوجد الشغل من ف = ٠ الى ف = ٤

الحل

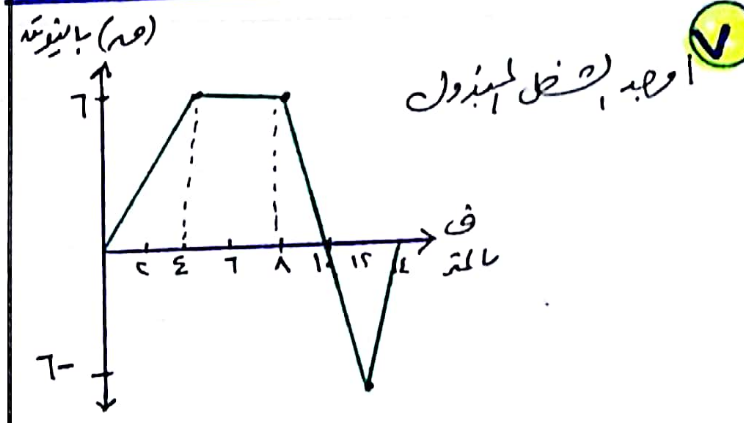
ش = $\int_{0}^{4}$ (٤ ف^{٣} - ٢ ف + ١) د ف

= [ف^{٤} - ف^{٢} + ف]$_{0}^{4}$

= ٢٥٦ - ١٦ + ٤ = ٢٤٤ إرج

---

(٧) اوجد الشغل المبذول



(أ) من ف = ٠ الى ف = ١٠

= مساحة شبه المنحرف = $\frac{١٠+٤}{٢}$ × ٦

= ٤٢ جول

(ب) من ف = ١٠ الى ف = ١٤

= $\frac{١}{٢}$ × ٤ × (-٦) = -١٢ جول

---

(٨) جسم كتلته ٤٢ جرام موضوع على مستوى خشن يشد بحبل يميل على الأفقي بزاوية جا$^{-١}$ $\frac{٤}{٥}$ فاذا كانت قوة الشد في الحبل ١٠ ث جرام قد بذلت شغلاً قدره ٨٤ ث جم سم خلال ٢ ث من بدء الحركة . اوجد

(١) عجلة حركة الجسم

(٢) النسبة بين مقاومة المستوى ورد الفعل العمودي

الحل

(١)

ق جاهـ ، ر ، ق ، م ، ق جتاهـ ، ك د

الشغل = ق جتاهـ × ف

١٠ × $\frac{٣}{٥}$ × ف = ٨٤

جاهـ = $\frac{٤}{٥}$ ، جتاهـ = $\frac{٣}{٥}$

∴ ف = $\frac{٨٤ × ٥}{٣ × ١٠}$

∴ ف = ١٤ سم

∴ ف = ~~ع٠ ن~~ + $\frac{١}{٢}$ جـ ن^{٢}

١٤ = $\frac{١}{٢}$ جـ × ٤

∴ جـ = ٧ سم/ث^{٢}

(٢) ∵ ر + ق جاهـ = ك د

ر = ك د - ق جاهـ = ٤٢ × ٩٨٠ - ١٠ × ٩٨٠ × $\frac{٤}{٥}$

∴ ر = ٣٣٣٢٠ داين

ق جتاهـ - م = ك جـ

ق جتاهـ - ك جـ = م

∴ م = ٥٥٨٦ داين

∴ $\frac{م}{ر}$ = $\frac{٥٥٨٦}{٣٣٣٢٠}$ = ٥٧ : ٣٤٠

الطاقة

(١) طاقة الحركة ط = $\frac{1}{2}$ ك ع^٢

(٢) طاقة الوضع ض = ك ء ل

(٣) ط - طَ = شغ

(٤) ض - ضَ = - شغ

(٥) ط + ض = طَ + ضَ .

(٦) طاقة الحركة المفقودة = طَ - ط قبل - بعد

(٧) التغير فى طاقة الحركة = ط - طَ بعد - قبل

(٨) إذا غاص جسم فى الرمل رأسياً لاسفل
ط - طَ = (ك ء - م) ف

(٩) إذا انطلقت رصاصة ط - طَ = - م ف

(١٠) فى حالة نزول جسم على مستوى مائل لاسفل عند وجود مقاومة

طاقة الوضع عند القمة = الشغل المبذول ضد المقاومة + ط عند القاعدة

(١١) فى حالة قذف جسم على مستوى مائل ضد مقاومة

ط عند القاعدة = شغ ضد المقاومة + ض عند القمة

مسائل على الطاقة

(١) انطلقت قذيفة مدفع بسرعة
ع = ١٠٥ س + ٣٦٠ ص ع ← م/ث
وكانت طاقة الحركة = ١,١٢٥ × ١٠^٦ جول
فاوجد كتلة القذيفة بالكجم

الحل

‖ع‖ = $\sqrt{(١٠٥)^٢ + (٣٦٠)^٢}$ = ٣٧٥ م/ث

∵ ط = $\frac{1}{2}$ ك ع^٢

$\frac{1}{2}$ × ك × (٣٧٥)^٢ = ١,١٢٥ × ١٠^٦

∴ ك = ١٦ كجم

---

(٢) ترك جسم كتلته ٢٠٠ جم ليتحرك من سكونه من قمة مستوٍ أملس طوله ٢٥ م ويميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{١٠}$ ، أوجد طاقة حركة هذا الجسم عندما يصل إلى قاعدة المستوى

الحل

جـ = ء جاهـ لأنه مستوى أملس

ك = ٠,٢ كجم

عٍ = ٠ ف = ٢٥ م جـ = ء جاهـ = ٠,٩٨ م/ث^٢

ع^٢ = عٍ^٢ + ٢ جـ ف = ٠ + ٢ × ٠,٩٨ × ٢٥

ع^٢ = ٤٩

ط = $\frac{1}{2}$ ك ع^٢ = $\frac{1}{2}$ × ٠,٢ × ٤٩ =

٤,٩ جول

③ يتحرك جسم كتلته ٢ كجم تحت تأثير القوى

$\vec{F_1} = \vec{i} + 2\vec{j}$

$\vec{F_2} = 2\vec{i} + \vec{j}$

$\vec{F_3} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$

فإذا كان $\vec{s} = a n^2 \vec{i} - b(n^2 - n)\vec{j}$

حيث ن ← ثانية ، ف ← م

أوجد

(أ) الثابتين أ ، ب

(ب) الشغل المبذول فى زمن قدره ٢ ث

(ج) طاقة الحركة فى نهاية زمن قدره ٢ ث

الحل

$\vec{F} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$

∵ $\vec{s} = a n^2 \vec{i} - b(n^2 - n)\vec{j}$

∴ $\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dn} = 2an\vec{i} - b(2n - 1)\vec{j}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dn} = 2a\vec{i} - 2b\vec{j}$

∵ $\vec{F} = m\vec{a}$

∴ $(6, 8) = 2(2a, -2b)$

$(6, 8) = (4a, -4b)$

∴ $4a = 6$ ∴ $a = \frac{3}{2} = 1.5$

$-4b = 8$ ∴ $b = -2$

∴ $\vec{s} = 1.5 n^2 \vec{i} + 2(n^2 - n)\vec{j}$

∵ الشغل = $\vec{F} \cdot \vec{s}$

$= (6, 8) \cdot (1.5n^2, 2n^2 - 2n)$

$= 9n^2 + 16n^2 - 16n$

$= 25n^2 - 16n$

عند ن = ٢

∴ الشغل المبذول = $25 \times 4 - 16 \times 2 = 68$ جول

∵ $\vec{v} = 2an\vec{i} - b(2n - 1)\vec{j}$

$\vec{v} = 6\vec{i} + 6\vec{j}$ ($\|\vec{v}\| = 6\sqrt{2}$)

$v = 6\sqrt{2}$

∴ ط = $\frac{1}{2}$ ك ع^2

$= \frac{1}{2} \times 2 \times (6\sqrt{2})^2 = 72$ جول

---

④ وضع جسم كتلته ٣٠٠ جم عند قمة مستوٍ مائل ارتفاعه ١ م احسب السرعة التى يصل بها هذا الجسم إلى قاعدة المستوى علماً بأن الشغل المبذول ضد مقاومة المستوى للحركة = ١,٠٩ جول

الحل

ط بالأعلى = الشغل ضد المقاومة + ط أسفل

ك ء ل = ١,٠٩ + ط أسفل

∴ ط = $0.3 \times 9.8 \times 1 - 1.09 = 1.35$ جول

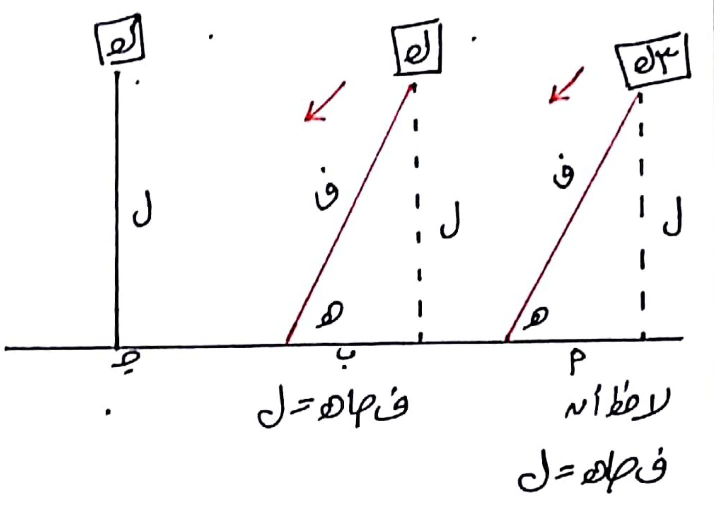
$\frac{1}{2}$ ك ع^2 = ١,٣٥

ع^2 = $\frac{1.35 \times 2}{0.3}$

∴ ع = ٣ م/ث

٥ فى الشكل المقابل ثلاث كتل ك ، ك ، ٣ك تتحرك من أعلى لأسفل من السكون (بفرض اهمال مقاومة الهواء والاحتكاك)

أ أى من الكتل الثلاث تصل الأرض بأكبر سرعة ؟
ب أى من الكتل الثلاث تبذل شغلاً أكبر للوصول إلى الأرض ؟



لاحظ أنه ف جاهـ = ل

ف جاهـ = ل

بتطبيق مبدأ الشغل والطاقة

ط + ض = ط + ض	ط + ض = ط + ض	ط + ض = ط + ض
٣ك د ل = $\frac{1}{2}$ ٣ك ع^2	ك د ل = $\frac{1}{2}$ ك ع^2	ك د ل = $\frac{1}{2}$ ك ع^2
∴ ع^2 = ٢ د ل	ع^2 = ٢ د ل	ع^2 = ٢ د ل

∴ الكتل الثلاث تصل فى الى الارض بنفس السرعة

لحساب الشغل المبذول ق × ف

٣ك د جاهـ ف	ك د جاهـ ف	ك د ل
٣ك د ل	ك د ل	ك د ل

أى أن الجسم الأول يبذل شغلاً أكبر للوصول الى الأرض

٦ مستوى مائل خشن طوله ٢٠م وارتفاعه ٥ أمتار ، أوجد أصغر سرعة يقذف بها جسم من أسفل نقطة فى المستوى المائل وفى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لكى يصل بالكاد إلى أعلى نقطة فى المستوى علماً بأن الجسم يلاقى مقاومات $\frac{1}{4}$ وزنه .

الحل

م = $\frac{1}{4}$ و

م = $\frac{1}{4}$ ك د

٢٠م ٥م هـ ك د جاهـ $\frac{1}{4}$ك د

ط - ط = ش

$\cdot$ - $\frac{1}{2}$ ك ع^2 = - (ك د جاهـ + $\frac{1}{4}$ ك د) × ٢٠

∴ $\frac{1}{2}$ ع^2 = (٩,٨ × $\frac{5}{20}$ + ٩,٨ × $\frac{1}{4}$) × ٢٠

$\frac{1}{2}$ ع^2 = ٩٨ ع^2 = ٩٨ × ٢

ع^2 = ١٩٦

∴ ع = ١٤ م/ث

وهناك طرق أخرى للحل بس الأول

(٧) هدف رأسي مكون من طبقتين من معدنين مختلفين ، سمك الأول ٧ سم ، وسمك الثاني ١٤ سم فإذا أطلقت رصاصتان منه ويتباعد في الكتلة في اتجاهين متضادين وعموديين على الهدف وبسرعة واحدة فاخترقت الرصاصة الأولى الطبقة الأولى وسكنت في الثانية بعد أن غاصت ٥ سم واخترقت الرصاصة الثانية الطبقة الثانية واستقرت في الطبقة الأولى بعد أن غاصت ١ سم فيها أوجد النسبة بين مقاومتي المعدنين

الحل

(رسم: ٧ سم ، ١٤ سم ، م١ ، م٢ ، ٥ ، ١)

نفرض أن كتلة كل منهما = ك وسرعتها الابتدائية ع.

∵ ط - ط. = -م١ ف - م٢ ف

$\frac{1}{2}$ ك (ع² - ع.²) = -م١ × ف١ - م٢ × ف٢

بالنسبة للرصاصة الأولى والثانية على الترتيب

$\frac{1}{2}$ ك (٠ - ع.²) = -٧ م١ - ٥ م٢ ← ①

$\frac{1}{2}$ ك (٠ - ع.²) = - م١ - ١٤ م٢ ← ②

∵ الأيمن = الأيمن ∴ الأيسر = الأيسر

-م١ - ١٤ م٢ = -٧ م١ - ٥ م٢

-م١ + ٧ م١ = -٥ م٢ + ١٤ م٢

٦ م١ = ٩ م٢

∴ $\frac{م١}{م٢} = \frac{٩}{٦} = \frac{٣}{٢}$

(٨) جسم كتلته ٣٠٠ جم موضوع على ارتفاع ١٠ أمتار عن سطح الأرض ، أوجد طاقة وضع الجسم ، وإذا سقط الجسم رأسياً فأوجد مجموع طاقتي الحركة والوضع للجسم عند أي لحظة أثناء سقوطه . ثم أوجد طاقة حركته عندما يكون على ارتفاع ٣ م من سطح الأرض

الحل

(رسم: ط = ٠ ، ض = ٢٩٫٤ جول — ض = ٠ ، ط = ٢٩٫٤ جول)

طاقة الوضع على ارتفاع ١٠ م

ض = ك د ل

= ٠٫٣ × ٩٫٨ × ١٠ = ٢٩٫٤ جول

ض + ط = مقدار ثابت

= ٢٩٫٤ جول

عندما يكون الجسم على ارتفاع ٣ م

ض = ك د ل = ٠٫٣ × ٩٫٨ × ٣ = ٨٫٨٢

∵ ض + ط = ٢٩٫٤

∴ ط = ٢٩٫٤ - ٨٫٨٢ =

٢٠٫٥٨ جول

(٩) جسم كتلته ٣ كجم موضوع عند أعلى نقطة من مستوٍ مائل أملس طوله ٢٠ م ويصنع مع الأفقي ٣٠° احسب طاقة وضع الجسم

وإذا هبط الجسم في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى. احسب سرعة الجسم لحظة وصوله لأسفل نقطة في المستوى.

الحل

ك = ٣ كجم

جـ = ك د ل

= ٣ × ٩,٨ × ٢٠ جا ٣٠ = ٢٩٤ جول

∵ جـ + ط = جـ. + ط.

٠ + ط = ٢٩٤ + ٠

∴ ط = ٢٩٤ جول

$\frac{1}{2}$ ك ع² = ٢٩٤

ع² = $\frac{٢ × ٢٩٤}{٣}$

∴ ع = ١٤ م/ث

---

(١٠) جسم كتلته ١٠٠ جم سقط من ارتفاع ٥ م على أرض رخوة فغاص فيها ٢٠ سم أوجد

(أ) مقدار ما فقده من طاقة وضع

(ب) متوسط مقاومة الأرض ث.كجم

الحل

الفقد في طاقة الوضع = ك د ل

= ٠,١ × ٩,٨ × ٥ = ٤,٩ جول

لإيجاد سرعة الجسم عند سطح الأرض

∵ ع. = ٠ د = ٩,٨ م/ث² ف = ٥ م

ع² = ع.² + ٢ د ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٥

∴ ع² = ٩٨

∵ التغير في طاقة الوضع = الشغل المبذول ضد المقاومة + التغير في طاقة الحركة

٠,١ × ٩,٨ × ٠,٢ = م × ٠,٢ + ٠,١ (٠ − ٩٨)

∴ ٠,٢ م = ٩,٩٦٠

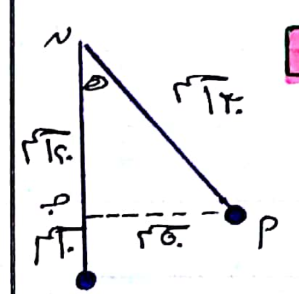
∴ م = ٤٩,٨ نيوتن

م = ٥,٠٨ ث.كجم

---

(١١) الشكل الموضح يمثل بندول بسيط وهو عبارة عن كرة معلقة في نهاية خيط طوله ١,٣ م. يبدأ البندول حركته من سكون (أ) ويتحرك في اتجاه يتذبذب بزاوية ٢هـ حيث ظا هـ = $\frac{٥}{١٢}$ احسب سرعة الكرة عند ب في منتصف المسار

الحل



∵ ظا هـ = $\frac{٥}{١٢}$

∴ ن جـ = ١٢٠ سم

∴ ب جـ = ١٠ سم

∵ ص م + ط م = ض ب + ط ب

ص م − ص ب = ط ب − ط م   ط م = ٠

ق × ف = ط ب

ك × ٩,٨ × ٠,١ = ½ ك ع²

∴ ع² = ١,٩٦

∴ ع = ١,٤ م/ث



١) القدرة = د شغ / د ن   المعدل الزمني لبذل الشغل

٢) القدرة = ق × ع

٣) القدرة المتوسطة = Δ شغ / Δ ن = شغ / (ن٢ − ن١)

٤) الشغل = $\int_{ن_1}^{ن_2}$ (القدرة) د ن

٥) عند حركة جسم بأقصى سرعة في خط مستقيم أفقي أو صاعد أو هابط منحدراً تكون القدرة متساوية في الحالات الثلاثة

٦) وحدات القدرة

جول/ث = نيوتن.م/ث = الوات

الكيلووات = ١٠٠٠ وات = ١٠٠٠ جول/ث

الحصان = ٧٥ ث.كجم.م/ث

= ٧٣٥ (نيوتن.م/ث) أو (جول/ث)

= ٧٣٥ وات



١) شخص كتلته ٥٠ كجم يصعد سلم برج ارتفاعه ٤٤١ م في زمن قدره ١٥ دقيقة احسب القدرة المتوسطة له بوحدة الوات

الحل

ك = ٥٠ كجم   ف = ٤٤١ م

ن = ١٥ × ٦٠ = ٩٠٠ ث

∴ القدرة المتوسطة = شغ / ن = ق × ف / ن

= ٥٠ × ٩,٨ × ٤٤١ / ٩٠٠ = ٢٤٠,١ وات

٢) عامل وظيفته تحميل صناديق على شاحنة كتلة الصندوق الواحد = ٣٠ كجم وارتفاع الشاحنة ٠,٩ م احسب عدد الصناديق في زمن قدره دقيقة إذا كانت قدرته المتوسطة ٠,٦ حصان

الحل

نفرض أن الكتلة الكلية ك

∴ ق × ف / ن = ٠,٦ × ٧٣٥

ك × ٩,٨ × ٠,٩ / ٦٠ = ٠,٦ × ٧٣٥

∴ ك = ٣٠٠٠

عدد الصناديق = $\frac{٣٠٠٠}{٣٠}$ = ١٠٠ صندوق

ولو مش مصدق عدهم انت

---

(٣) راكب دراجة كتلته هو والدراجة ٩٨ كجم يتحرك على أرض أفقية خشنة من السكون فبلغت سرعته أقصى قيمة لها وقدرها ٧,٥ م/ث بعد زمن قدره دقيقة واحدة. وعندما أوقف حركة قدميه على بدال الدراجة سكنت الدراجة بعد أن قطعت مسافة قدرها ١٥ م احسب أقصى قدرة لهذا الرجل خلال هذه المرحلة بالحصان

الحل

في الجزء الأول ع = ٧,٥ م/ث وهي السرعة الابتدائية عند توقف القوة

ع. = ٧,٥ م/ث ع = ٠ ف = ١٥ م

$$د = \frac{ع^٢ - ع.^٢}{٢ف} = \frac{٠ - (٧,٥)^٢}{٢ \times ١٥}$$

$$د = -\frac{١٥}{٨} \text{ م/ث}^٢$$

وتكون معادلة الحركة −م = ك جـ

$$-م = ٩٨ \times -\frac{١٥}{٨}$$

∴ م = ١٨٣,٧٥ نيوتن

ونستخدم المقاومة م في الجزء الأول لتعيين ق التي عندها أقصى قدرة وتكون

ع. = ٠ ع = ٧,٥ م/ث ن = ٦٠ ث

$$∴ د = \frac{ع - ع.}{ن} = \frac{٧,٥ - ٠}{٦٠} = \frac{١}{٨} \text{ م/ث}^٢$$

∵ ق − م = ك جـ

∴ ق = ك د + م

$$ق = ٩٨ \times \frac{١}{٨} + ١٨٣,٧٥$$

∴ ق = ١٩٦ نيوتن

أقصى قدرة = ق × ع

= ١٩٦ × ٧,٥ = ١٤٧٠ وات

للتحويل للحصان نقسم على ٧٣٥

$$∴ القدرة = \frac{١٤٧٠}{٧٣٥} = ٢ \text{ حصان}$$

---

(٤) يتحرك قطار كتلته ٧٥ طن وقدرة محركه ١٢٠ حصان على طريق مستقيم أفقي بأقصى سرعة له وقدرها ٧٢ كم/س أوجد مقاومة الطريق لحركة القطار. وكم تكون أقصى سرعة يصعد بها منحدر يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠٠}$ علماً بأن المقاومة ثابتة على الطريقين

الحل

∵ القدرة = ١٢٠ × ٧٥ ث.كجم.م/ث

القدرة = ق × ع

∴ ع = ٧٢ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٠ م/ث

∴ ق × ٢٠ = ١٢٠ × ٧٥

∴ ق = ٤٥٠ ث.كجم

∵ القطار يسير بسرعة منتظمة ∴ $ق = م$

∴ مقاومة الطريق الأفقي = ٤٥٠ ث.كجم

في حالة الصعود

نكتب م

$ق' = م + و جا هـ$

$ق' = ٤٥٠ + ٧٥ \times ١٠٠٠ \times \frac{١}{١٠} = ١٢٠٠$ ث.كجم

∵ قدرة المحرك لا تتغير

∴ $ق ع' = ١٢٠ \times ٧٥$

$ع' = \frac{١٢٠ \times ٧٥}{١٢٠٠} = ٧٫٥$ م/ث

$ع' = ٧٫٥ \times \frac{١٨}{٥} = ٢٧$ كم/س

(أ) الشغل المبذول في الثواني الثالثة والرابعة والخامسة

ن ٢ ← ٣ ، ٣ ← ٤ ، ٤ ← ٥ $[٢ ، ٥]$

$\int_{٢}^{٥} (١٢ن^٢ + ١٦ن + ٧)\, ءن$

$[٤ن^٣ + ٨ن^٢ + ٧ن]_{٢}^{٥} = ٦٥٧$ جول

(ب) القدرة المتوسطة $= \frac{\Delta ش}{\Delta ن} = \frac{٦٥٧}{٣} = ٢١٩$ وات

(جـ) عند ن = ٥

القدرة $= ١٢(٥)^٢ + ١٦(٥) + ٧ = ٣٨٧$ وات

---

(٥) يتحرك جسم كتلته الوحدة حيث

$ف = (٢ن - ١)\,س + (٥ن + ٢)\,ص$

وكانت $ق = (٣ن^٢ + ن)\,س + ٤ن\,ص$

حيث ق ← بالنيوتن ف ← م ن ← ث

أوجد

(أ) الشغل المبذول خلال الثواني الثالثة والرابعة والخامسة

(ب) القدرة المتوسطة خلال " " "

(جـ) قدرة القوة عند ن = ٥ ثوان.

الحل

∵ $ق = (٣ن^٢ + ن)\,س + ٤ن\,ص$

∴ $ع = (٦ن + ١)\,س + (٤)\,ص$

القدرة $= ق \times ع$

$= (٢ن - ١)(٦ن + ١) + (٥ن + ٢)٤$

$= ١٢ن^٢ + ١٦ن + ٧$

---

(٦) إذا كانت قدرة آلة (بالحصان) $= (٦ن - \frac{١}{٢٠}ن^٢)$ حيث ن الزمن بالثواني ، $ن \in [٠ ، ١٢٠]$ أوجد

(أ) قدرة الآلة عندما ن = ٩٠ ثانية

(ب) الشغل المبذول خلال $[٠ ، ٣٠]$

(جـ) أقصى قدرة للآلة.

الحل

القدرة $= (٦ن - \frac{١}{٢٠}ن^٢)$

(أ) قدرة الآلة عندما ن = ٩٠ ث تعويض مباشر

$= ٦ \times ٩٠ - \frac{١}{٢٠} \times (٩٠)^٢$

$= ١٣٥$ حصان

(ب) $ش = \int_{٠}^{٣٠} ٧٥(٦ن - \frac{١}{٢٠}ن^٢)\, ءن$

$= ٧٥[٣ن^٢ - \frac{١}{٦٠}ن^٣]_{٠}^{٣٠}$

لاحظ ضربنا × ٧٥ للتحويل من حصان إلى ث. كجم

$ش = ٧٥ [٣ن^٢ - \frac{١}{٦٠} ن^٣]_{٠}^{٣٠}$

= ١٦٨٧٥٠ ث. كجم. م

(ج) أقصى قدرة [لاحظ كلمة أقصى] بتفكرك بحاجة ؟؟ (القيم العظمى) هنجيب المشتقة الأولى ونساويها بالصفر.

$\frac{ء}{ءن} (القدرة) = ٠$

$٦ - \frac{١}{١٠} ن = ٠$

$\frac{١}{١٠} ن = ٦$ ∴ $ن = ٦٠$

عندها القدرة = $٦ (٦٠) - \frac{١}{٢٠} (٦٠)^٢$

= ١٨٠ حصان

---

(٧) سيارة قدرة آلتها ثابتة وأقصى سرعة لها عند صعودها منحدرًا هي ٥٤ كم/س وأقصى سرعة لها عند هبوطها نفس المنحدر ١٠٨ كم/س أوجد أقصى سرعة تتحرك بها على المستوى أفقي علمًا بأن مقاومة الطريق لحركة السيارة ثابتة في الحالات الثلاث.

الحل

* عند الصعود

ق = م + و جاهـ

∴ القدرة = ق × ع

$= (م + و جاهـ) × ٥٤ × \frac{٥}{١٨}$

= ١٥ (م + و جاهـ) ← (١)

* عند الهبوط

م = ق + و جاهـ

ق = م - و جاهـ

$ع = ١٠٨ × \frac{٥}{١٨} = ٣٠$

القدرة = ق × ع

= (م - و جاهـ) × ٣٠ ← (٢)

∴ السيارة تتحرك بأقصى سرعة

من (١)، (٢) بالمساواة

∴ ~~١٥~~ (م + و جاهـ) = ~~٣٠~~ ٢ (م - و جاهـ)

م + و جاهـ = ٢م - ٢ و جاهـ

و جاهـ + ٢ و جاهـ = ٢م - م

∴ م = ٣ و جاهـ

عند الحركة على طريق أفقي

ق = م ∴ ق = ٣ و جاهـ

القدرة = ٣ و جاهـ × ع مع (١)

٣ ~~و جاهـ~~ × ع = ٣٠ × ٢ ~~و جاهـ~~

ع = ٢٠ م/ث

انتهى الفصل

أ/ محمد أدهم
معلم رياضيات